



Université de Savoie

Ecole doctorale SISEO

Thèse

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Savoie

Discipline : Génie civil et sciences de l'habitat

**CARACTERISATION DES IMPACTS SUR UNE
GALERIE « PARE-BLOCS
STRUCTURELLEMENT DISSIPANT »**

Zoheir Boukria

Le 08 Décembre 2009

Jury :

Directeurs de thèse :

M. Pascal PERROTIN

Maître de conférences à l'Université de Savoie

M. Ali LIMAM

Professeur à l'INSA de Lyon

Rapporteurs :

M. Frédéric LEBON

Professeur à l'Université de Provence

M. Eric JACQUELIN

Professeur à l'université de Lyon1

Examineurs :

M. Bernard CHOCAT

Professeur à l'INSA de Lyon

M. Abdelkrim BENNANI

Maître de conférences à l'Université de Lyon1

A la mémoire de mon père

A la mémoire de SOFIANE

A ma Mère

A SABRINA

A tous mes frères et sœurs

Remerciements

Je remercie M. Yves Gonthier et Mme Lingai Luo, directeurs successifs du Laboratoire Optimisation de la Conception et Ingénierie de l'Environnement (LOCIE), pour m'avoir accueilli.

Ce travail n'a été possible que grâce au partenariat avec le Cluster Environnement de la région Rhône-Alpes qui m'a financé durant ces trois années.

Je remercie vivement Pascal Perrotin, maître de conférence à Polytech' Savoie et Ali Limam, professeur à l'INSA Lyon, pour m'avoir initié à la recherche et avoir dirigé cette thèse. Leur dynamisme, leur disponibilité et leurs conseils m'ont permis de mener à bien ce travail. Je leur suis très reconnaissant et j'espère que cette thèse n'est que le prélude à de futures collaborations.

Je remercie également : M. Eric Jaquelin et M. Frédéric Lebon qui ont bien accepté d'examiner ce mémoire afin de lui apporter l'accréditation de la communauté scientifique.

Un grand merci pour M. Abdel Bennani pour sa collaboration dans ce travail, et pour m'avoir fait bénéficier de son expérience et réflexion pertinente.

Je ne remercierai jamais assez Thierry, pour son humour décapant, la pause clope quotidienne, sa décontraction mais également pour sa disponibilité, sa minutie et sa compétence, et pour l'aide qu'il m'a apporté pour la compagne expérimentale.

Mes collègues : Ma Ying, Franck, Amar, Abdou, Yi Lin, Augustin, Audrey, Jeronimo, Benjamin,...ont su maintenir une ambiance détendue et studieuse. C'est grâce à leur présence que ces années ont avant tout été enrichissant humainement.

Je salue enfin l'ensemble de mes collègues du LOCIE ; enseignants-chercheurs (Gilles, Christophe, Julien, Evelyne,...), les deux charmantes secrétaires Isabelle et Mimi, techniciens et thésards qui ont rendu ces trois années si agréables.

Résumé

Cette thèse a pour objectif de quantifier l'aléa rocheux de type chute de blocs sur une galerie pare-blocs et ainsi pouvoir intégrer cette structure dans un système de détection et d'alerte de l'activité d'un versant rocheux.

Pour ce type de problème, les méthodes inverses peuvent permettre une caractérisation (identification et localisation) de l'effort subi par la structure. Ces méthodes sont largement utilisées pour des structures de type poutre et plaques sous charges dynamiques inconnues. Pour résoudre ce genre de problème, l'une des approches les plus utilisées est de créer les fonctions de transfert entre des points d'impact et de mesure sur la structure expérimentalement ou numériquement, de mesurer les réponses, et de trouver la force par déconvolution du signal. Il est connu que ce type de problème est « mal posé ». Afin d'obtenir une solution stable ayant un sens physique, il faut généralement avoir recours à la régularisation soit par filtrage du bruit, soit par des méthodes de régularisation classique, telle que celle de Tikhonov.

Le problème de caractérisation des impacts sur une structure devient plus complexe lorsque la localisation du point d'impact est inconnu. Pour résoudre ce problème, on peut utiliser une approche basée sur la minimisation d'une fonctionnelle représentant l'erreur entre les réponses mesurées et estimées en plusieurs points formant un quadrillage sur la structure.

Dans le cas d'une structure en situation réelle avec des conditions aux limites complexes, Il est préférable d'opter pour une approche expérimentale. Une série d'essai sur des structures simples de type poutre et plaque permet de contrôler les paramètres influants sur la qualité de reconstruction de l'effort.

Afin de recréer les caractéristiques de la structure et son comportement, une application de la démarche sur une dalle en béton armé s'avère la plus appropriée. En utilisant les fonctions de transfert obtenues expérimentalement et validées numériquement, la localisation des efforts et l'identification de leurs historiques devient possible.

Cette étude ouvre les perspectives d'étendre l'application des méthodes inverses à la caractérisation des efforts de type souffle générés par une avalanche ou par une explosion.

Mots clefs : galerie pare-blocs, force d'impact, identification et localisation, problème inverse, fonction de transfert.

Abstract

The aim of this thesis is to quantify the hazard of rock fall on a rock-shed structure, and thus able to integrate this structure into a system of detection and warning.

For this type of problem, the inverse methods may allow a characterization (identification and location) of the effort sustained by the structure. These methods are widely used for structures like beams and plates under dynamic loads unknown. To resolve this problem, one of the most used approaches is to create transfer functions between impact point and measuring point on the structure experimentally or numerically, measure responses, and find the force history by deconvolution of the signal. It is known that this type of problem is "ill posed". To obtain a stable solution with physical sense, it must generally be used to stabilize either by filtering noise, or by conventional methods of regularization, such as that of Tikhonov. The problem of characterization of impacts on a structure becomes more complex when the impact location is unknown. To resolve this problem, we can use an approach based on the minimization of an objective function representing the error between measured and estimated responses at several points forming a grid on the structure.

In the case of a real structure with complex boundary conditions, it is preferable to opt for an experimental approach. A series of tests on simple structures like beams and plates can control the parameters affecting the quality of the force location and identification.

To recreate the characteristics of the structure and behavior, an application of the approach on reinforced concrete slab is most appropriate. By using transfer functions obtained experimentally and validated numerically, the location and identification of force history becomes possible.

This study opens perspectives to extend the application of inverse methods to characterize the efforts of such breath generated by a flood or an explosion.

Keywords: rock-shed structure, impact force, location and identification, inverse problem, transfer function.

TABLE DES MATIERES

PROBLMATIQUE	15
1. Introduction	17
2. Contexte et objectifs	21
3. Contenu	23
CHAPITRE 1 : ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE	25
I.1. Introduction	27
I.2. Problème inverse	29
I.2.1. Définition	29
I.2.2. Problème dit « mal posé »	30
I.2.3. La Régularisation	32
I.2.4. Décomposition en valeurs singulières (SVD) et la SVD généralisée (GSVD)	33
I.2.5. Méthodes de régularisation directe	34
I.2.5.1. Méthode de régularisation de Tikhonov [BON 95]	35
I.2.5.2. Troncature TSVD et TGSVD	35
I.2.6. Choix du paramètre de régularisation	36
I.2.6.1. Méthode L-Curve (courbe en L)	36
I.2.6.2. Méthode GCV (validation croisée généralisée)	37
I.2.7. Méthodes de régularisation itérative (gradient conjugué)	38
I.3. Identification des forces d'impact par analyse inverse	38
I.3.1. Principe de résolution : la fonction de transfert	38
I.3.1.1. Définition	38
I.3.1.2. Détermination analytique des fonctions de transfert	39
a. Poutre encastree libre	39
b. Plaque circulaire encastree sur son contour	40
I.3.1.3. Détermination expérimentale par essai d'impact	41
I.3.2. Approche de reconstruction des forces d'impact	42
I.4. Caractérisation des impacts	44
I.4.1. Introduction	44
I.4.2. Méthodes de caractérisation des impacts	45

I.4.2.1. Méthode de WANG	45
a. Principe	45
b. Implémentation du modèle	47
I.4.2.2. Méthode de YEN	48
a. Principe	48
b. Localisation de l'impact	49
c. Identification de la force	50
I.4.2.3.Méthode de HU	50
a. Principe	50
b. Caractérisation des impacts	51
I.5. Conclusion	51
CHAPITRE 2 : CARACTERISATION DES IMPACTS POUR DES STRUCTURES	
SIMPLES : POUTRE ET PLAQUE	53
II.1. Introduction	55
II.2. Identification des forces d'impact	55
II.2.1. Méthode de résolution	55
II.2.2. Montages expérimentaux	56
II.2.2.1. Dispositif	56
II.2.2.2. Marteau d'impact	57
II.2.2.3. Système d'acquisition	58
II.2.3. Résultats	59
II.2.3.1. Fonction de transfert	59
II.2.3.2. Reconstruction de l'effort	63
a. Nécessité de régularisation	63
b. Traitement du signal avant reconstruction	68
c. Paramètre de régularisation optimale	70
d. Méthode de détermination du paramètre de régularisation	71
e. Reconstruction à partir de plusieurs capteurs	73
II.3. Caractérisation des impacts	79
II.3.1. Approche	79
II.3.2. Application de la méthode	80
II.3.3. Résultats	82
II.3.3.1. Traitement des signaux	82
II.3.3.2. Création des fonctions de transfert	82

II.3.3.3. Reconstruction de l'effort.....	83
II.3.3.4. Calcul de la fonction d'erreur (localisation de l'impact).....	86
II.3.3.5. Identification de la force.....	86
II.4. Conclusion.....	89
CHAPITRE 3 : CARACTERISATION DES IMPACTS SUR UNE DALLE EN BETON	
ARME.....	91
III.1. Introduction.....	93
III.2. Application expérimentale.....	93
III.2.1. Approche.....	93
III.2.2. Montage expérimental.....	93
III.2.2.1. Dalle en béton armé.....	93
III.2.2.2. Accéléromètres.....	94
III.2.2.3. Système d'acquisition et d'excitation.....	95
III.2.2.4. Disposition.....	95
III.2.4. Résultats.....	96
III.2.4.1. Traitement des signaux.....	97
III.2.4.2. Création des fonctions de transfert.....	97
III.2.4.3. Reconstruction de l'effort.....	98
III.2.4.4. Localisation de l'impact inconnu.....	99
III.2.4.5. Identification de l'impact inconnu.....	100
III.3. Modèle numérique.....	103
III.3.1. Introduction.....	103
III.3.2. Description du modèle.....	103
III.3.2.1. Introduction.....	103
III.3.2.2. Béton.....	104
III.3.2.3. Armatures.....	105
III.3.2.4. Maillage.....	106
III.3.2.5. Assemblage.....	108
III.3.2.6. Contrainte.....	108
III.3.2.7. Appuis.....	108
III.3.2.8. Amortissement.....	108
III.3.2.9. Application d'un impact.....	109
III.3.3. Résultats.....	110
III.3.3.1. Analyse modale.....	110

III.3.3.2. Accélération	111
IV.3.3.3. Caractérisation d'un impact inconnu	113
IV.3. Conclusion	115
CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES	117
1. Conclusions	119
2. Perspectives	120
REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUES	127
Liste des figures	135
Liste des tableaux	139

PROBLÉMATIQUE

1. Introduction

Les risques par définition sont la confrontation d'aléas (phénomène naturel anthropique) et des enjeux (humains, économiques,...) situés dans une zone géographique.

« Le risque est défini comme étant l'espérance mathématique des pertes en vies humaines, blessés, dommages aux biens et atteinte à l'activité économique au cours d'une période de référence et dans une région donnée, pour un aléa particulier. Le risque est le produit de l'aléa par la vulnérabilité » [UND 92].

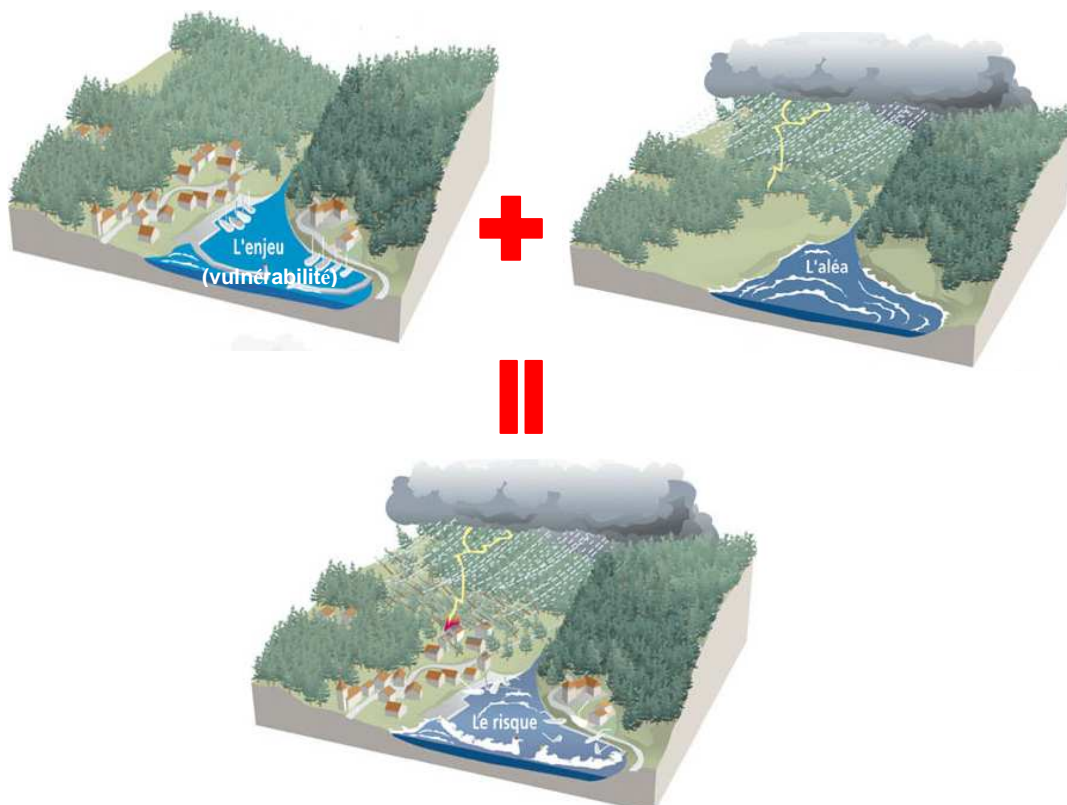


Figure 1 : le risque

Le risque est une notion statistique, on peut envisager une approche probabiliste même si les informations statistiques sur les événements de type accidentel sont très difficiles à obtenir.

Les zones de montagne sont directement soumises aux aléas gravitaires et en particulier à l'aléa rocheux, qui peut entraîner des dégâts sur les infrastructures (routes, voies ferrées, etc.), des dégâts humains, et occasionner des coûts importants.

Les chutes de blocs peuvent être considérées comme un risque pour les voies de circulation si les trois éléments suivants sont réunis :

- Aléa : constitue trois phases : départ des blocs, propagation et impact,
- Enjeu : Infrastructure, personnes et biens sur l'infrastructure, équipements, ...
- Vulnérabilité de l'enjeu.

Le phénomène de chute de blocs affecte des roches fracturées tels que calcaire, grès, roches cristallines etc. C'est un phénomène rapide, pendant lequel les blocs effectuent une chute libre ou roulent depuis une pente jusqu'au dépôt sur la zone d'impact. La vitesse de chute et la distance parcourue par un bloc dépendent de sa taille et sa forme, mais aussi de la pente du terrain et de la nature du sol.

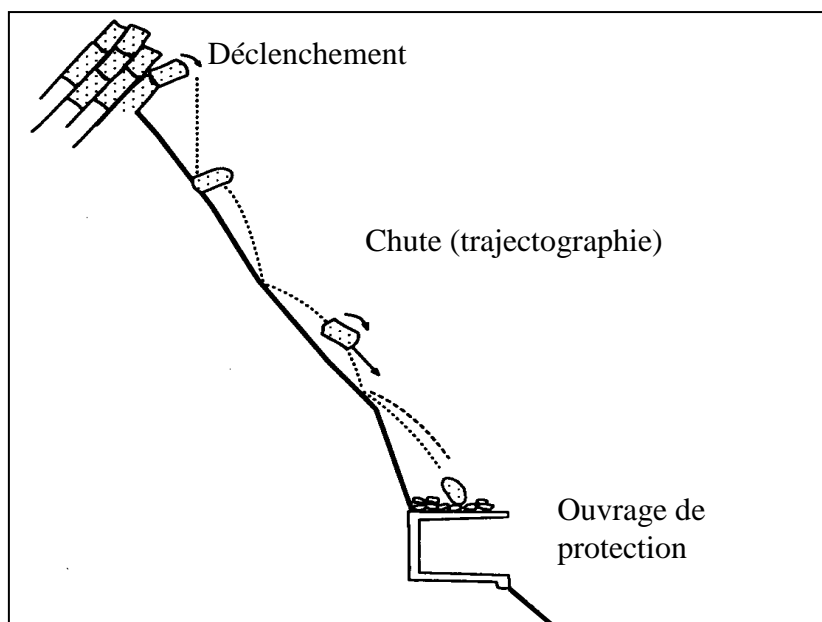


Figure 2 : phases chute de bloc [MON 98]

Les moyens dont on dispose pour prévoir ce phénomène sont, l'expertise détaillée du terrain, le retour d'expériences des observations, ainsi qu'une étude des phénomènes météorologiques déclencheurs. En France, il y a plus de 7000 communes menacées par un risque de mouvement de terrain, dont un tiers représente un niveau élevé de gravité vis-à-vis de la population [KER 95]. Les départements les plus touchés par les risques naturels (glissement de terrain, éboulement et chute de blocs, avalanches, séismes,...) sont majoritairement les départements de montagnes Alpes et Pyrénées [INT 01]. Voici quelques exemples des chutes de blocs et d'éboulement qui se sont produits récemment :

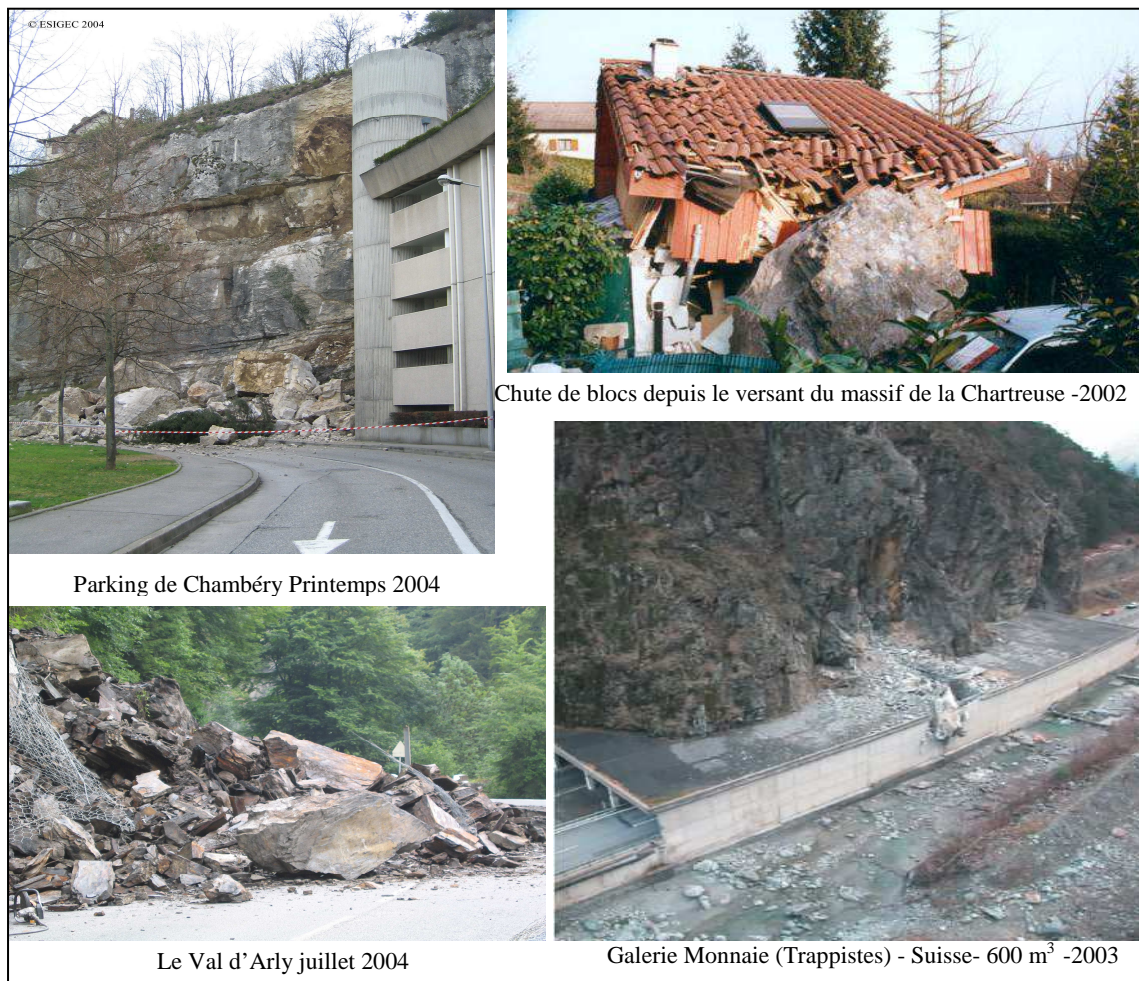


Figure 3 : exemples de chute de blocs

Les parades de protection permettent de diminuer les risques dus aux chutes de blocs. Diverses parades existent pour se protéger de ce phénomène, elles dépendent du volume des blocs, de la fréquence des chutes, de la nature de l'enjeu à protéger et du coût financier. Elles peuvent être classées en deux catégories : les parades actives ou passives.

Parades actives : Elles consistent à éviter le déclenchement et ainsi à supprimer l'aléa ou le rendre acceptable. Les principales actions sont :

- suppression de la masse (purge, reprofilage ou abattage),
- stabilisation / confortement de la masse instable (soutènement, ancrage, béton projeté, filets ou grillages plaqués),
- drainage (drainage de surface ou drainage profond).

Parades passives : Elles consistent à diminuer la vulnérabilité des enjeux sans supprimer l'aléa. Parmi ces parades nous trouvons :

- des merlons,
- des écrans : écran à structure rigide, barrière fixe de grillage, écran déformable de filet,
- des fosses de réception,
- des dispositifs amortisseurs, boisement,
- des déviateurs : grillage ou filet pendu, déviateur latéral, galerie pare-blocs.

Le tableau suivant regroupe les différents types de parade, la nature du risque pour lequel elles sont utilisées et leurs utilisations :

Famille	Type	Nature du risque	Utilisations et recommandations
Parade active	Purges de paroi	Blocs - masse de faible volume bien individualisée	Solution temporaire nécessitant la surveillance régulière de la falaise
	Ancrages	Ecailles Masse importante	Suivi de la tension des ancres Difficulté d'accès
	Contreforts en béton	Surplombs Blocs	Falaise de faible hauteur
	Filets plaqués	Blocs	La zone d'ancrage doit offrir toute garantie de stabilité
	Béton projeté	Petites pierres Instabilités superficielles	Esthétique discutable, vérification de l'absence de roches gonflantes, dispositions contre la pression de l'eau
Parade passive	Merlons	Blocs Éboulement de faible volume	Entretien périodique de la butte Purge de la fosse Attention au risque d'instabilité résultant de la surcharge Maîtrise du ruissellement à l'amont
	Filets métalliques	Blocs isolés ou Éboulement de quelques blocs	Énergie d'impact inférieure à 10 000 kJ Mise en place relativement simple Surveillance de la tension des haubans Purge des filets
	Galeries	Blocs, éboulements Grand nombre de compartiments instables	Énergie d'impact importante (supérieure à 15 000 kJ) Purge du toit de la galerie

Tableau I.1 : différents types de parades [DEL 05]

La figure suivante illustre quelques ouvrages de protection pare-blocs dans le département de la Savoie :



Figure 4 : ouvrages de protection pare-blocs

Les murs déflecteurs en béton armé et les galeries pare-blocs en béton armé font partie des dispositifs qui relèvent de la protection passive. Ces ouvrages sont généralement mis en place sur les routes de montagne dans les zones où les massifs rocheux sont particulièrement instables. Ces structures sont donc amenées à subir des chutes de blocs fréquentes et violentes qui peuvent aller jusqu'à des dommages tels que l'éclatement localisé du béton ou la fissuration.

Un nouveau concept a été inventé en France par le bureau d'étude TONELLO IC [IVO 01] et qui consiste à supprimer le matériau de couverture et dissiper l'énergie d'impact par la mise en flexion de la dalle, la fissuration du béton, la plastification des armatures lorsque le choc est en travée, ou par le cloquage d'appuis fusibles pour un impact en rive

2. Contexte et objectifs

Ce travail de thèse s'inscrit dans un contexte d'une meilleure gestion des risques naturels et plus particulièrement de l'aléa « chute de bloc ». Afin d'envisager le suivi des ouvrages de protection, il est nécessaire d'une part d'évaluer l'activité chute de blocs d'autre part de quantifier les forces d'impacts ainsi que les dommages induits sur les structures de protection.

En effet la grande variabilité spatiale et temporelle, inhérente au caractère quasi ponctuel de l'impact, est une donnée objective qui exclut la démarche habituelle de quantification via uniquement la mesure directe. Pour ce type de problèmes, les méthodes inverses peuvent sans

doute permettre une caractérisation complète de l'effort subi par la structure ce qui passe par sa définition spatiotemporelle (localisation et identification).

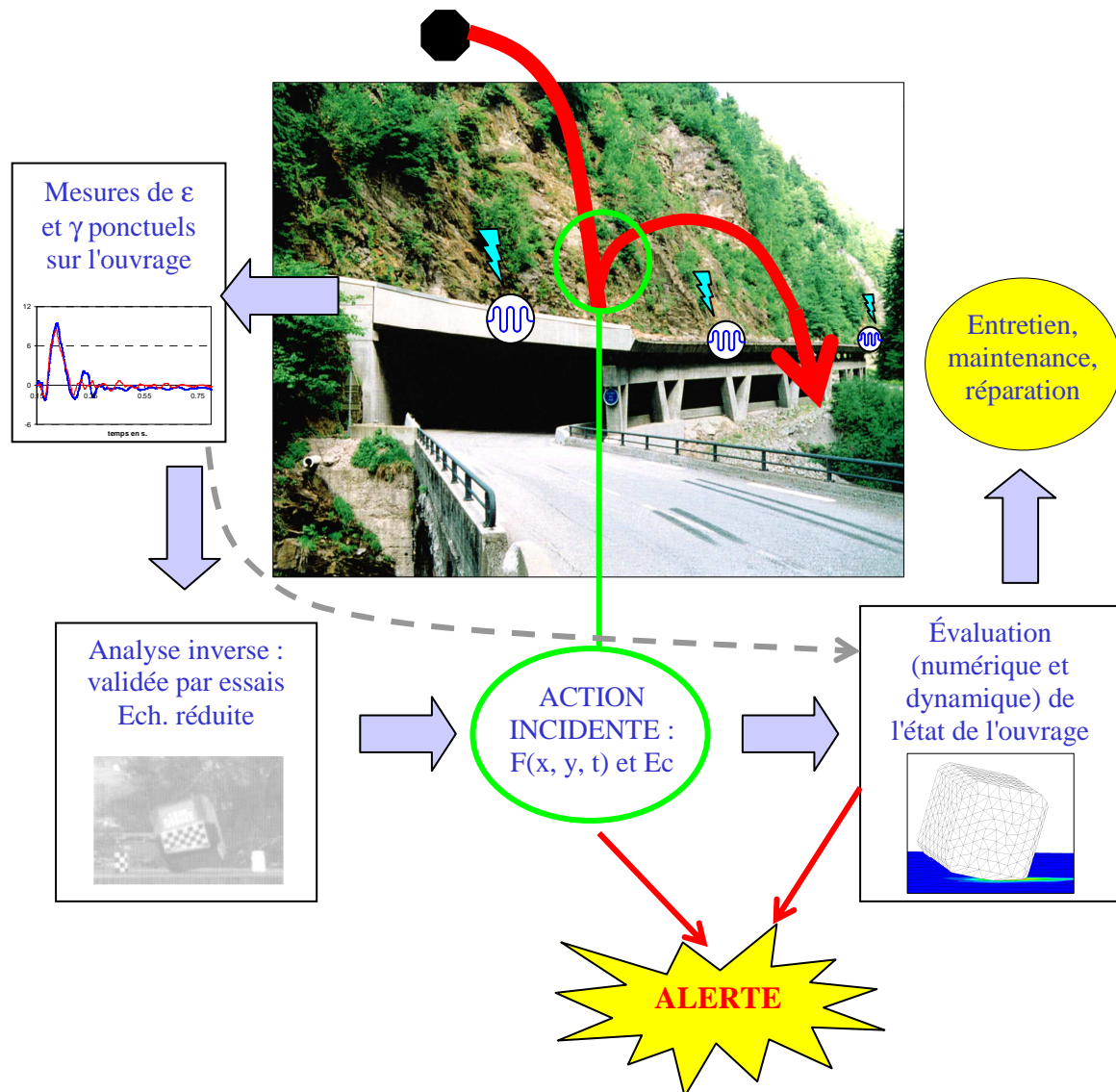


Figure 5 : démarche pour le monitoring d'une galerie

On se propose donc pour ce travail de thèse de valider la méthode inverse dans le cas de structures relevant du génie civil. Il s'agit de conforter la démarche pour des structures de protection en béton armé, ceci passe par à la fois l'évaluation du pic d'effort et sa durée caractérisant ainsi l'impact mais aussi sa localisation. Cette évaluation peut permettre ensuite un calcul direct visant à quantifier l'endommagement de la structure. La figure au dessus résume la démarche proposée qui vise un meilleur suivi des ouvrages de protection afin d'optimiser leur cycle de vie en prévoyant les réparations, mais aussi afin d'utiliser l'ouvrage comme capteurs d'événements de type chute de blocs.

3. Contenu

Cette thèse est structurée en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à une étude bibliographique. Nous rappelons les acquis quant à la méthode inverse dans le cas particulier de l'estimation des forces d'impact, ainsi que la démarche elle-même, mais aussi les problèmes inhérents à ce type d'approche et les solutions requises pour les solutionner.

Le deuxième chapitre est une étude d'identification des efforts d'impact par analyse inverse sur des structures poutres et plaques, avec validation expérimentale, et une comparaison de l'influence de plusieurs facteurs sur la qualité du signal reconstruit.

Le problème de caractérisation des impacts devient plus complexe lorsque le point d'impact est inconnu. Nous traitons ce cas en appliquant une méthode basée sur la création de fonctions de transfert entre plusieurs points d'impact et de mesure, ce qui va nous permettre tout d'abord de localiser l'impact et ensuite d'identifier la force d'impact. L'approche est validée expérimentalement sur une poutre et une plaque en matériau linéaire élastique.

L'approche proposée est alors validée dans le cas d'une dalle en béton armé, ceci fait l'objet **du troisième chapitre**. Les fonctions de transfert entre les points d'impact formant un quadrillage sur la structure et des points de mesure sont déterminées tout d'abord expérimentalement, puis nous avons aussi recours à la simulation numérique. Enfin une série d'essais d'impact est menée et dans chaque cas l'effort est localisé et identifié, ceci nous permet de juger de la robustesse de la méthode proposée.

La partie perspectives est une étude exploratrice qui ouvre de nouvelles voies. D'une part on se pose la question de l'endommagement de type fissuration et de sa caractérisation, et d'autre part nous nous posons la question de la caractérisation d'efforts dynamiques plus complexe, tels que les souffles générés par une explosion.

CHAPITRE 1 : ÉTUDE BIBLIOGRAPHIQUE

I.1. Introduction

L'étude en situation réelle et le suivi d'une galerie de protection présentent deux intérêts principaux :

L'évaluation de l'état de l'ouvrage et de son évolution au gré des événements : chaque chute de blocs sur un ouvrage peut potentiellement l'endommager et entamer sa réserve de résistance pour assurer la fonction prévue. Être capable de détecter ces événements, d'en caractériser les effets à l'échelle de l'ouvrage doit ensuite permettre d'en évaluer les conséquences sur la structure pour in fine, pouvoir juger de son état et éventuellement prévoir les mesures de maintenance ou même de réparation nécessaires. L'intérêt est de permettre au maître d'ouvrage une meilleure gestion de son parc d'ouvrages et de s'assurer de le maintenir à un niveau d'utilisation optimal à long terme.

L'évaluation de l'activité du phénomène : la caractérisation de l'aléa grâce au détecteur que constitue finalement l'ouvrage va également apporter une information intéressante sur l'activité locale du phénomène et qui pourra compléter de manière opérationnelle les dispositifs de surveillance et d'alerte, par exemple pour un itinéraire à risque. A l'échelle de la zone concernée, cette caractérisation pourra également alimenter une base de données sur l'activité rocheuse locale, par exemple en fonction des paramètres climatologiques (gel/dégel, pluie...). L'intérêt est ici évident pour le gestionnaire opérationnel du risque. Le recours à l'analyse inverse dans ce cas a pour but l'obtention de l'intensité de l'impact et la position de celui-ci.

La technique de détermination des forces d'impact à partir des réponses mesurées sur une structure a été proposée par de nombreux chercheurs. Doyle [DOY 84a, 84b, 87a, 87b] a présenté sa méthode dans une série d'étude afin de déterminer la force d'impact sur des structures de type poutres et plaques soumises à un impact transversal. Pour les essais qu'il a menés des jauges de déformations ont été utilisées pour obtenir les déformations en un ensemble de points. La relation entre les déformations mesurées et la force appliquée est établie à partir de la théorie classique des poutres [DOY 84a], la théorie des poutres de Timoshenko [DOY 84b], et la théorie classique des plaques [DOY 87a, 87b]. Pour reconstruire l'effort, il a utilisé l'analyse dans le domaine fréquentiel et temporel.

Chang et Sun [CHA 89] ont proposé une méthode pour reconstruire la force d'impact en utilisant les fonctions de Green expérimentales générées à partir d'un signal de déconvolution. L'avantage de cette méthode est que le matériau, la forme, et les limites de la structure sont pris en compte par les fonctions de Green. Les fonctions de Green ont été aussi utilisées dans le processus de déconvolution par [WU 95].

Michaels et Pao [MIC 85, 86] ont appliqué un programme double itération pour résoudre le problème inverse pour une force oblique appliquée sur une plaque élastique. Une modification du traitement de l'algorithme a été développée par Chang et Sachse [CHA 85], dans [MIC

85, 86] des vérifications numériques et expérimentales ont été effectuées afin de valider la méthode proposée, alors que seuls les résultats numériques ont été présentés dans **[CHA 85]**. Zhu et Lu **[ZHU 91]** ont proposé une méthode dans le domaine temporel pour identifier le chargement dynamique sur un système continu. La réponse dynamique en certains points a été exprimée au moyen de la méthode de superposition modale. Le problème d'identification a été transformé en une intégrale du premier ordre.

Un facteur important dans leurs travaux, ainsi que dans **[MIC 85, 86]** et **[CHA 85]**, est fondé sur l'hypothèse que le chargement dynamique peut être séparé dans l'espace temporel et spatial. La discrétisation de cette intégrale par certaines fonctions d'interpolation pourrait alors être possible et conduit à la solution du problème d'identification.

Pour la localisation, et comme dans le domaine de l'acoustique et de la sismologie, la technique utilisée est basée sur la méthode de différence de temps d'arrivée **[PAO 78]** (la triangulation). Cette technique est très dépendante de la précision avec laquelle l'instant d'arrivée des premières ondes est obtenu. Yen et Wu **[YEN 95a, 95b]** ont développé une méthode pour localiser et identifier la force d'impact à partir des déformations enregistrées en un certain nombre de points sur une plaque rectangulaire. Une relation de réciprocité entre tous les couples de déformations enregistrées en ces points a été développée pour localiser la source, sans connaître par avance la force de sollicitation. Cette force a été ensuite identifiée après localisation du point d'impact.

Wang et Chiu **[WAN 03]** ont présenté un modèle pour la localisation et l'identification des forces d'impact sur une structure quelconque, dans le domaine temporel et fréquentiel. Après détermination théorique et expérimentale des paramètres modaux (modes, fréquences modales,...) de la structure, la réponse a été calculée en fonction de l'amplitude et du point d'impact de la force. La somme des moindres carrées entre les réponses mesurées et estimées a été définie comme une fonctionnelle, l'amplitude et le point d'impact comme des variables du système. La résolution du problème d'optimisation a permis d'obtenir l'amplitude de la force et l'utilisation du critère d'assurance modale (MAC) permet d'aboutir au point d'impact. Nous nous intéressons à une classe d'impact, on se propose tout d'abord de rappeler quelques définitions qui vont nous permettre de préciser les cas que nous traitons, puis de passer en revue de façon plus précise la démarche inverse et les problèmes inhérents à cette approche ainsi que les techniques pour les contourner.

Un choc mécanique est défini comme étant une excitation dont la durée est de l'ordre de grandeur ou inférieure à environ deux fois la période propre du système mécanique sollicité **[LAL 99]**. Il y a choc mécanique lorsqu'en un point, une force, une position, une vitesse ou une accélération est brusquement modifiée et que cela crée un régime transitoire dans le système considéré. On peut distinguer deux formes de chocs mécaniques ; le choc mou et le choc dur. Un choc mou est défini comme un choc pour lequel l'impacteur reste solidaire de la structure impactée. Dans un tel choc, les vitesses de l'impacteur et de l'impacté sont identiques après choc **[TOU 95]**. Dans le modèle du CEB **[CEB 88]** où l'impact d'un corps sur une structure est modélisé par l'intermédiaire d'un système masse-ressort à deux degrés de liberté, un choc mou est défini par une déformation beaucoup plus importante de l'impacteur par rapport à l'impacté. Un choc dur est l'opposé d'un impact mou, le contact est perdu après impact. François Toutlemonde **[TOU 95]** a établi des ordres de grandeurs des vitesses de déformation en fonction du type de choc. Pour des chutes de blocs, la vitesse de déformation est comprise entre 5.10^{-3} et 80 s^{-1} , cette gamme de vitesse de déformation est donc intermédiaire entre le choc mou et le choc dur.

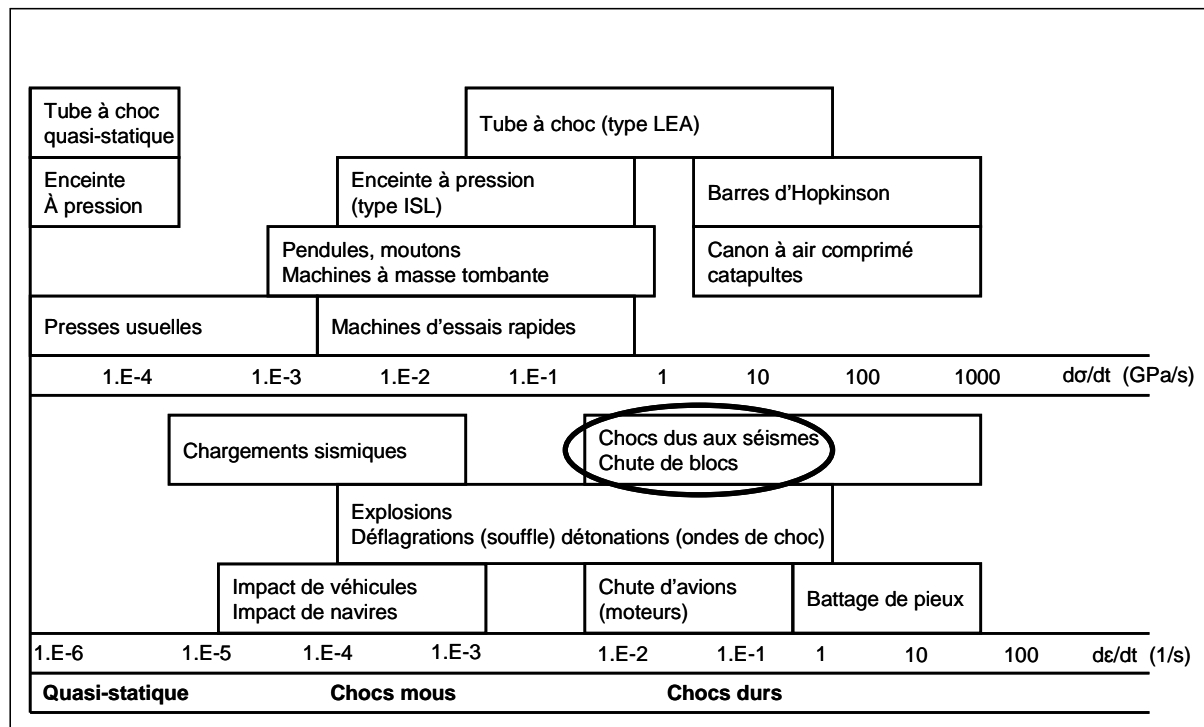


Figure I.6 : classification des chocs [TOU 95]

Dans la partie suivante, nous allons rappeler en quoi consiste la démarche inverse, le principe de résolution pour lequel nous avons opté (fonction de transfert), les éléments mathématiques et les problèmes inhérents à la méthode pour les solutionner (régularisation...).

I.2. Problème inverse

I.2.1. Définition

On désigne le problème inverse, comme un problème dans lequel les réponses (déplacement, vitesse, accélération, fréquence, ...) sont connues et les actions sur la structure sont à déterminer.

Il existe trois grandes familles de problèmes inverses [LIU 03] :

- le problème inverse d'estimation des propriétés mécaniques des constituants d'un milieu (raideur, modules,...) en connaissant la réponse macroscopique, la sollicitation imposée et les conditions aux limites,
- le problème inverse d'estimation et de localisation des efforts (sollicitations) dans une structure en connaissant sa réponse (déplacement, vitesse,...),
- le problème inverse d'identification des conditions aux limites en connaissant la réponse et les caractéristiques du milieu étudié.

Pour les problèmes directs, on obtient des solutions analytiques ou des solutions par éléments finis proches des réalités expérimentales. L'unicité des résultats est souvent obtenue pour des problèmes directs avec des conditions aux limites bien posées.

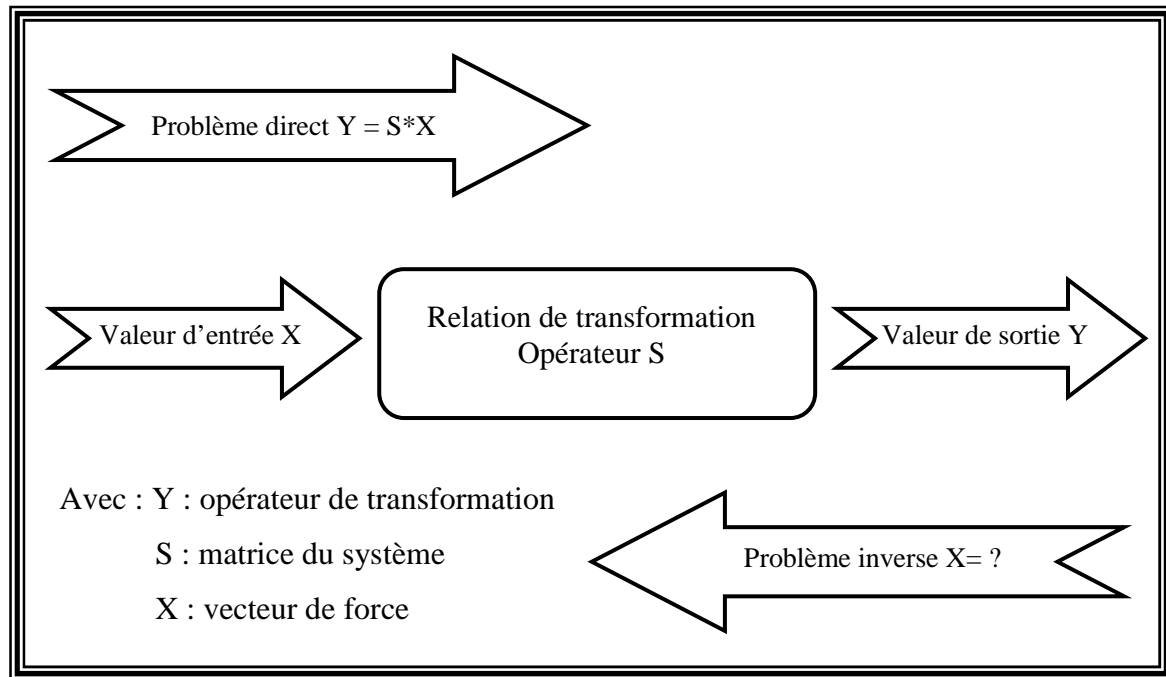


Figure I.7 : problème direct et problème inverse

En revanche, pour des problèmes inverses, d'énormes difficultés peuvent se présenter selon le type de problème inverse étudié.

Parmi ces difficultés nous pouvons citer :

- l'existence, l'unicité et la continuité de la solution par rapport aux données ne sont pas toujours vérifiées,
- pour une donnée quelconque, peuvent correspondre plusieurs solutions pouvant être très éloignées les unes des autres,
- le bruit du signal mesuré est amplifié dans la solution, ce qui la rend parfois dénuée de tout sens physique.

I.2.2. Problème dit « mal posé »

Un problème dit « mal posé » est défini selon Hadamard [HAD 23] comme étant un problème où la solution n'est pas unique, ou n'est pas une fonction continue des données, c'est-à-dire si une petite perturbation des données peut causer une perturbation importante de la solution recherchée.

L'exemple classique des problèmes mal posés est l'équation intégrale de Fredholm de première espèce :

$$\int_a^b K(s,t)f(t)dt = g(s) \quad c \leq s \leq d \quad \dots(1.1)$$

Où le terme g et le noyau K sont donnés, et f est l'inconnue recherchée.

Si la solution est perturbée par :

$$\Delta f(t) = \varepsilon \sin(2\pi pt) \quad p=1,2,\dots \quad \varepsilon = \text{constant} \quad \dots(1.2)$$

La perturbation correspondante au terme $g(s)$ est donnée par :

$$\Delta g(s) = \varepsilon \int_a^b K(s,t) \sin(2\pi pt) dt \quad \dots(1.3)$$

Le rapport $\|\Delta f\|/\|\Delta g\|$ peut être arbitrairement grand en choisissant un paramètre p grand, cela montre que c'est un problème mal posé.

En particulier, cet exemple illustre que les équations intégrales de Fredholm de première espèce sont extrêmement sensibles aux perturbations de haute fréquence.

Certains problèmes discrétisés ont des propriétés similaires aux problèmes mal posés, comme étant très sensibles aux perturbations à haute fréquences, et il est naturel d'associer le terme de problèmes discrets mal posés à ces problèmes.

Cette caractérisation se précise pour le système d'équation linéaire :

$$Ax = b, A \in \mathbb{R}^{m \times n} \dots (1.4)$$

et la résolution par une méthode des moindres carrés :

$$\min_x \|Ax - b\|_2, A \in \mathbb{R}^{m \times n}, m > n \dots (1.5)$$

On peut dire qu'un système discret est mal posé si les deux critères suivant sont satisfaits :

- 1- les valeurs singulières de A décroissent progressivement vers zéro,
- 2- le rapport entre la plus grande valeur singulière et la plus petite (différente de zéro) est grand.

On peut illustrer les difficultés associés aux problèmes mal posés par un exemple numérique simple [HAN 94], considérons le problème des moindres carrés suivant : $\min_x \|Ax - b\|_2$

Avec :

$$A = \begin{pmatrix} 0,16 & 0,10 \\ 0,17 & 0,11 \\ 2,02 & 1,29 \end{pmatrix} \text{ et } b = \begin{pmatrix} 0,27 \\ 0,25 \\ 3,33 \end{pmatrix} \dots (1.6)$$

Ici b est généré par l'addition d'une petite perturbation à une solution exacte $\bar{x}^T = (1 \quad 1)$

$$b = \begin{pmatrix} 0,16 & 0,10 \\ 0,17 & 0,11 \\ 2,02 & 1,29 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,00 \\ 1,00 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0,01 \\ -0,03 \\ 0,02 \end{pmatrix} \dots (1.7)$$

La difficulté avec ce problème de moindres carrés provient du fait que la matrice A est mal conditionnée car son nombre de conditionnement ($1,1 \times 10^3$) est élevé. Cela implique que la solution calculée est potentiellement très sensible aux perturbations des données.

La solution des moindres carrés de ce problème en utilisant la factorisation QR de A nous est donnée par :

$$x_{LSQ} = \begin{pmatrix} 7,01 \\ -8,4 \end{pmatrix} \dots (1.8)$$

Cette solution est évidemment très éloignée de la solution exacte $\bar{x}^T = (1 \quad 1)$.

Le nombre de conditionnement de A élevé entraîne que les colonnes de cette matrice sont presque linéairement dépendantes. Une difficulté importante existe avec la solution x_{LSQ} sa norme est très grand par rapport à la norme de la solution exacte,

$$\|x_{LSQ}\| = 10.95 > \|\bar{x}^T\| = \sqrt{2} \dots (1.9)$$

Pour contourner ce problème, il est possible d'avoir recours à un autre moyen de résolution du problème de moindres carrés en limitant la norme de la solution par une valeur α tel que :

$$\min_x \|Ax - b\|_2 \quad \text{et} \quad \|x_{LSQ}\| < \alpha \quad \dots(1.10)$$

Cette solution x_α dépend non linéairement de α et pour les valeurs de α suivantes : 0,1 ; 1 ; 1,385 et 10 on obtient :

$$x_{0,1} = \begin{pmatrix} 0,08 \\ 0,05 \end{pmatrix} \quad x_1 = \begin{pmatrix} 0,84 \\ 0,54 \end{pmatrix} \quad x_{1,385} = \begin{pmatrix} 1,17 \\ 0,74 \end{pmatrix} \quad x_{10} = \begin{pmatrix} 6,51 \\ -7,60 \end{pmatrix} \quad \dots(1.11)$$

On peut remarquer qu'avec un bon choix de α , il est possible d'obtenir une solution proche de la solution exacte désirée \bar{x}^T , ici $x_{1,385}$. Néanmoins il subsiste un problème qui est le choix de ce paramètre α a priori et sans connaître la solution exacte.

Ce petit exemple souligne les trois plus importantes difficultés engendrées par le problème mal posé :

- le nombre de conditionnement de A est très grand,
- remplacer A par une matrice « bien-posée » ne conduit pas nécessairement à une solution exacte,
- il faut faire attention lors de l'ajout de nouvelles contraintes.

Le but de la théorie de la régularisation numérique est de fournir des méthodes efficaces et numériquement stables pour optimiser le choix des contraintes propres qui conduisent à des solutions exactes et stables.

1.2.3. La Régularisation

Comme nous l'avons vu précédemment, un problème inverse mal posé peut conduire à un résultat ne présentant pas d'intérêt. La cause principale provient des valeurs singulières les plus faibles de la matrice A. Pour stabiliser la solution recherchée, il est en principe possible de rajouter une information sur la solution x .

Ainsi, une évaluation initiale x^* de la solution peut être incluse comme contrainte et la recherche de la solution revient à minimiser la quantité :

$$\Omega(x) = \|L(x - x^*)\|_2 \quad \dots(1.12)$$

Ω peut toujours être écrite sous la forme $\Omega(x) = \|L(x - x^*)\|_2$ en prenant L égal au facteur

$$\text{Cholesky } \alpha_0^2 I_n + \sum_{i=1}^q \alpha_i^2 L_i^T L_i.$$

En introduisant une contrainte sur la solution dans $\Omega(x)$, il est important de comprendre qu'il faut renoncer à la recherche d'une solution vérifiant exactement $Ax = b$. L'idée fondamentale est que la solution ainsi régularisée en introduisant une contrainte est proche de la solution réelle du problème perturbé. Actuellement, et au vue de la bibliographie, il semble que la meilleure forme de régularisation connue soit celle de Tikhonov. Elle permet de trouver une solution régularisée au problème.

$$x_\beta = \arg \min \left\{ \|Ax - b\|_2^2 + \beta^2 \|L(x - x^*)\|_2^2 \right\} \quad \dots(1.13)$$

Où le paramètre de régularisation β contrôle le poids donné à une contrainte relative pour minimiser la norme résiduelle $\|Ax - b\|_2^2$. β contrôle également la sensibilité de la solution régularisée x_β à des perturbations en A et b ; la perturbation liée est proportionnelle à β^{-1} .

Avant de revenir sur la régularisation, nous allons commencer par présenter certains éléments mathématiques utiles par la suite.

I.2.4. Décomposition en valeurs singulières (SVD) et la SVD généralisée (GSVD)

Décomposition en valeurs singulières (SVD)

Soit la matrice $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, la SVD de A est une décomposition sous la forme suivante [GOL 96] :

$$A = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^n u_i \sigma_i v_i^T \quad \dots \quad (1.14)$$

avec :

- $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)$: matrice carrée orthogonale, formée par n vecteurs orthonormés ($U^T U = I_n$), qui sont les vecteurs propres de la matrice AA^T ,
- $V = (v_1, v_2, \dots, v_n)$: matrice carrée orthogonale, formée par n vecteurs orthonormés ($V^T V = I_n$), qui sont les vecteurs propres de la matrice $A^T A$,
- $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$: matrice diagonale dont les termes diagonaux sont les valeurs singulières de A, et sont classées dans un ordre décroissant $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n \geq 0$.

On trouve deux caractéristiques très importantes de la SVD d'une matrice A, en particulier lorsqu'elle est obtenue par discrétisation d'une équation de Fredholm :

- les valeurs singulières σ_i décroissent vers zéro,
- une augmentation de la dimension de A provoque un accroissement du nombre des valeurs singulières,
- les vecteurs singuliers u_i et v_i tendent à avoir plus de changement de signe lorsque l'indice i augmente, c'est à dire σ_i diminue

Le nombre de conditionnement de la matrice A peut être déterminé avec σ_1 / σ_n .

Pour trouver la solution x, nous pouvons passer par une méthode des moindres carrés $\min_x \|Ax - b\|_2$. Une autre possibilité est d'utiliser la SVD, la solution est alors obtenue avec l'équation suivante :

$$x_{LSQ} = \sum_{i=1}^n \frac{u_i^T b}{\sigma_i} v_i \quad \dots \quad (1.15)$$

Dans ce cas, il est possible de voir que lorsque les coefficients $u_i^T b$ ne décroissent pas plus rapidement que les valeurs de σ_i , la solution obtenue conduit à avoir des changements de signe fréquents et donc des valeurs de x_{LSQ} peu stables.

Décomposition en valeurs singulières généralisée (GSVD)

La GSVD d'un couple de matrices (A,L) est une généralisation de la SVD dans le sens où les valeurs singulières généralisées de (A,L) sont les racines carrées des valeurs propres généralisées du couple de matrices ($A^T A, L^T L$)

On suppose $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $L \in \mathbb{R}^{p \times n}$. La GSVD est la décomposition de A et L sous la forme :

$$A = U \begin{pmatrix} \Sigma & 0 \\ 0 & I_{n-p} \end{pmatrix} X^{-1} \quad \dots \quad (1.16)$$

$$L = V(M, 0)X^{-1} \dots (1.17)$$

avec :

- les colonnes de $U \in \mathbb{R}^{n \times n}$ et $V \in \mathbb{R}^{p \times p}$ sont orthogonales,
 - $X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ est non singulière,
 - Σ et M sont des matrices diagonales $p \times p$:
- $$\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_p) \text{ avec } 0 \leq \sigma_1 \leq \dots \leq \sigma_p \leq 1,$$
- $$M = \text{diag}(\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_p) \text{ avec } 1 \geq \mu_1 \geq \dots \geq \mu_p \geq 0.$$

Les valeurs singulières généralisées γ_i de (A, L) sont définies par :

$$\gamma_i = \sigma_i / \mu_i \quad i=1, \dots, p \dots (1.18)$$

1.2.5. Méthodes de régularisation directe

Si l'on considère le système linéaire (1.4), avec une résolution par la méthode des moindres carrés, et pour simplification, on considère que la matrice A n'a pas de valeurs singulières exactement égal à zéro. En utilisant la SVD, la solution est obtenue par la formule (1.15). Si les coefficients de Fourier $u_i^T b$ correspondant aux plus petites valeurs singulières σ_i ne diminuent pas plus rapidement que les valeurs singulières, alors la solution x_{LSQ} est dominée par les termes de la somme correspondant à la plus petite valeur σ_i . En conséquence, la solution x_{LSQ} a de nombreux changements de signe et donc elle apparaît complètement instable. D'après cette analyse, nous pouvons voir que l'objet d'une méthode de régularisation est d'atténuer ou « filtrer » les contributions à la solution correspondant aux petites valeurs singulières.

Une méthode de régularisation donne une solution régularisée x_{reg} , qui pour une valeur x^* peut être écrite sous la forme :

$$x_{reg} = \sum_{i=1}^n f_i \frac{u_i^T}{\sigma_i} v_i \quad \text{si } L = I_n \dots (1.19)$$

$$x_{reg} = \sum_{i=1}^p f_i \frac{u_i^T}{\sigma_i} x_i + \sum_{i=p+1}^n (u_i^T b) x_i \quad \text{si } L \neq I_n \dots (1.20)$$

Ici, les nombres f_i sont des facteurs de filtrage de la méthode de régularisation. Ils doivent avoir comme propriété importante que lorsque les σ_i diminuent, les f_i correspondants tendent plus rapidement vers zéro. Ceci permet d'atténuer la contribution de $\frac{u_i^T b}{\sigma_i}$ pour des valeurs

faibles de σ_i dans la solution x_{reg} .

La différence entre les diverses méthodes de régularisation réside essentiellement dans la façon dont ces facteurs filtres f_i sont définis.

I.2.5.1. Méthode de régularisation de Tikhonov [BON 95]

C'est l'une des méthodes les plus utilisées pour la régularisation des problèmes inverses, l'idée de base consiste à accepter une norme $\|Ax - b\|$ non nulle, c'est-à-dire on remplace le problème initialement mal posé par un problème voisin bien posé et bien conditionné.

Le problème peut être donc formulé comme :

$$\min_x \left\{ \|Ax - b\|_2^2 + \beta \|x\|_2^2 \right\} \dots (1.21)$$

où d'une façon plus générale : $\min_x \left\{ \|Ax - b\|_2^2 + \beta \Omega(x) \right\}$, $\Omega(x)$ est une fonction stabilisatrice.

En utilisant une SVD de A , on peut voir que la solution régularisée s'écrit sous la forme :

$$x_\beta = \sum_{i=1}^n f_i \frac{u_i^T b}{\sigma_i} v_i \dots (1.22)$$

Pour la régularisation de Tikhonov, le facteur de filtrage $f_i = \frac{\sigma_i^2}{\sigma_i^2 + \beta^2}$ (Pour $L=I_n$) ou

$f_i = \frac{\gamma_i^2}{\gamma_i^2 + \beta^2}$ (Pour $L \neq I_n$) est compris entre 0 et 1, et contrôle l'atténuation des composantes de la SVD.

Pour $\sigma_i \gg \beta$, $f_i \approx 1$ et ainsi il n'y a pas de filtrage de la solution, par contre pour $\sigma_i \ll \beta$

$f_i \approx \frac{\sigma_i^2}{\beta^2}$, ce qui constitue un filtre.

Pour toutes les autres valeurs de σ_i le filtre prend une valeur intermédiaire entre 1 et $\frac{\sigma_i^2}{\beta^2}$.

Il nous reste encore à déterminer le paramètre de régularisation β . Ce point est abordé dans le paragraphe suivant.

I.2.5.2. Troncature TSVD et TGSVD

Le nombre de valeurs singulières non nulles d'une matrice A détermine son rang. Les plus petites valeurs singulières sont responsables de l'hypersensibilité de la matrice aux perturbations. Une approche pour réduire cette hypersensibilité est de tronquer la résolution précédente aux valeurs les plus importantes de σ_i , c'est-à-dire fixer un seuil en dessous duquel ces valeurs ne sont pas utilisées.

Le problème devient alors :

$$\min_x \|A_k x - b\|_2 \quad A_k = \sum_{i=1}^k u_i \sigma_i v_i^T \dots (1.23)$$

Où A_k est la matrice de rang k déduite de la matrice A .

La solution est donnée par :

$$x_k = \sum_{i=1}^k \frac{u_i^T b}{\sigma_i} v_i \dots (1.24)$$

Pour des problèmes de forme générale, on peut utiliser la troncature de la GSVD. Par analogie avec la TSVD, on introduit une approximation A_k de rang k à A [HAN 89], via sa GSVD.

A cause de la relation SVD-GSVD entre A et (A, L) , le calcul de la matrice A_k est une troncature GSVD parce que : $\bar{A}_k = \sum_{i=p-k+1}^p u_i \gamma_i v_i^T \dots$ (1.25)

La solution après une troncature TGSVD est :

$$\hat{x}_{k,L} = \sum_{i=p-k+1}^p \frac{u_i^T b}{\sigma_i} x_i + \sum_{i=p+1}^n (u_i^T b) x_i \dots$$
 (1.26)

Il est possible de trouver d'autres méthodes de régularisation dans la littérature, mais nous ne les exposerons pas ici.

I.2.6. Choix du paramètre de régularisation

Comme nous l'avons vu précédemment dans les méthodes de régularisation directe, un paramètre β apparaît. Le calage de ce paramètre est une partie sensible de la méthode et nous le décrivons dans les paragraphes suivants.

I.2.6.1. Méthode L-Curve (courbe en L)

La méthode L-Curve est une méthode graphique représentant l'évolution de la norme de la solution régularisée $\|x_{reg}\|_2$ en fonction du résidu $\|Ax_{reg} - b\|_2$ pour différents valeurs de β [HAN 00]. Lorsque l'on trace cette courbe dans un diagramme log-log, une forme en « L » apparaît, d'où le nom de la méthode.

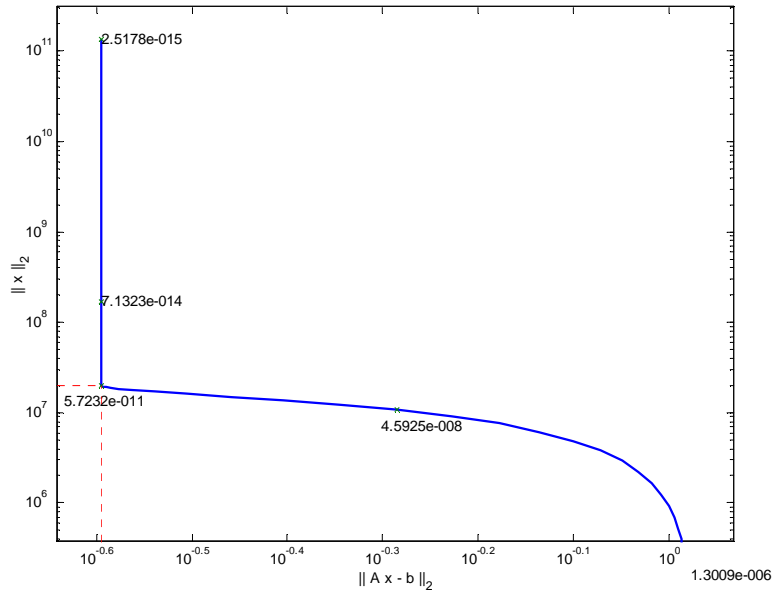


Figure I.8 : courbe en L (L-Curve)

La partie verticale de la courbe en « L » correspond aux solutions pour lesquelles $\|Lx_{reg}\|_2$ est très sensible aux variations du paramètre de régularisation parce que les erreurs de perturbations sont prédominantes dans la solution x_{reg} . La partie horizontale correspond aux solutions pour lesquelles la norme résiduelle $\|Ax_{reg} - b\|_2$ est très sensible aux variations du

paramètre de régularisation parce que la solution x_{reg} est dominée par l'erreur de régularisation. Le paramètre de régularisation optimal étant défini comme celui qui équilibre l'erreur de perturbation et l'erreur de régularisation et correspond à la courbure maximale de la courbe.

Si x_{reg} est la solution régularisée et \bar{x} la solution exacte non régularisée correspondant à \bar{b} , avec $b = \bar{b} + \Delta b$, Δb étant l'erreur sur b .

En utilisant la décomposition en valeurs singulières, on obtient :

$$x_{reg} - \bar{x} = \sum_{i=1}^n f_i \frac{u_i^T \Delta b}{\sigma_i} v_i + \sum_{i=1}^n (f_i - 1) \frac{u_i^T \bar{b}}{\sigma_i} v_i \quad \dots (1.27)$$

L'erreur entre la solution régularisée et non régularisée se compose en deux termes, le premier représente l'erreur due à la perturbation (Δb) et le second terme représente l'erreur de régularisation due à la régularisation du terme non perturbé \bar{b} .

Ainsi lorsque le paramètre de régularisation est faible $f_i \rightarrow 1$, l'erreur est dominée par la perturbation de b (Δb) :

$$\sum_{i=1}^n f_i \frac{u_i^T \Delta b}{\sigma_i} v_i \quad \dots (1.28)$$

Par contre, lorsque le paramètre de régularisation augmente, le facteur de filtrage devient petit $f_i \ll 1$, et dans ce cas l'erreur est dominée par l'erreur de régularisation :

$$\sum_{i=1}^n (f_i - 1) \frac{u_i^T \bar{b}}{\sigma_i} v_i \quad \dots (1.29)$$

1.2.6.2. Méthode GCV (validation croisée généralisée)

Cette méthode de recherche du paramètre de régularisation est basée sur le fait que si dans l'analyse un élément b_i de b est retiré, la solution régularisée obtenue donne quand même un bon résultat, et du coup le choix du paramètre de régularisation devient indépendant de la transformation de b [WAH 90].

Si on utilise une régularisation de type Tikhonov, x_{reg} la solution obtenue en utilisant toutes les composantes sauf de b_z , et minimise :

$$\sum_{i=1, n \neq z}^n \|b_i - (Ax)_i\|_2^2 + \beta \|x\|_2^2 \quad \dots (1.30)$$

On peut utiliser x_{reg} pour prédire la donnée manquante b_z

$$b_z = (Ax_{\beta, z}) \quad \dots (1.31)$$

Le paramètre de régularisation représente la valeur qui minimise l'erreur de prédiction, ce qui revient à minimiser la fonction [WAH 90] :

$$G = \frac{\|Ax_{\beta} - b\|_2^2}{(\text{trace}(I_n - AA^T))^2} \quad \dots (1.32)$$

A^T est la matrice qui multipliée par b produit la solution x_{reg} , c'est à dire $x_{reg} = A^T b$

$$A^T = (A^T A + \beta^2 I^T I)^{-1} A^T \quad \dots (1.33)$$

Le facteur de filtrage peut être utilisé pour calculer le dénominateur par une expression simple :

$$\text{trace}(I_m - AA^T) = m - (n - p) - \sum_{i=1}^p f_i \quad \dots (1.34)$$

I.2.7. Méthodes de régularisation itérative (gradient conjugué)

Pour résoudre le système d'équations $Ax=b$, on peut aussi utiliser des méthodes itératives, c'est à dire que l'on part d'un vecteur initial x , que l'on "améliore" étape après étape, contrairement à une méthode directe de type Gauss qui donne tout de suite la bonne solution. On choisit une méthode plutôt qu'une autre en fonction de la taille du système à résoudre, donc du nombre d'équations qui peut varier de quelques-unes à quelques dizaines de milliers. L'allure de la matrice A peut également influencer le choix de la méthode : matrice symétrique ou non, matrice creuse (qui contient très peu de termes autour de la diagonale). L'algorithme du gradient conjugué est la méthode la plus connue des méthodes itératives, c'est un algorithme pour résoudre des systèmes d'équations linéaires dont la matrice est symétrique et définie positive. Le processus du gradient conjugué a certains effets inhérents de régularisation [HAN 94], où le nombre d'itérations joue le rôle de paramètre de régularisation.

I.3. Identification des forces d'impact par analyse inverse

I.3.1. Principe de résolution : la fonction de transfert

I.3.1.1. Définition

Une fonction de transfert est une représentation mathématique de la relation entre l'entrée et la sortie d'un système linéaire invariant. Elle est utilisée dans l'analyse des systèmes continus SISO (single-input single-output), en traitement du signal, en théorie des communications ou en automatique.

Ces fonctions de transfert, dans le cas de structure simple, peuvent être déterminées analytiquement [GER 93], mais si la structure devient plus complexe alors les seules voies possibles sont une détermination expérimentale [JAC 03] ou numérique.

Une détermination expérimentale à l'aide d'essais de vibration ou d'impact a l'avantage d'être applicable à tous types de structures même complexes et tient compte des conditions aux limites réelles. La mesure de la réponse de la structure lors d'un choc peut être une accélération, un déplacement ou une déformation.

Pour un système linéaire, l'équation de convolution reliant la réponse s_i mesurée en un point quelconque i de la structure à la force d'impact f_j appliquée en un point j , est donnée par la formule :

$$s_i(t) = \int_0^t h_{ij}(t-\tau) f_j(\tau) d\tau \quad \dots (1.35)$$

Où h_{ij} est la fonction de transfert entre les point i et j , qui contient les caractéristiques dynamiques de la structure. Elle dépend du temps, de la position du point d'impact j et de la position du point de mesure i . h est bien entendu différente en fonction de la réponse souhaitée (déformation, déplacement,...). Nous proposons à titre, indicatif afin de dérouler l'approche analytique, de déterminer la fonction de transfert analytiquement pour le cas d'une poutre et d'une plaque.

I.3.1.2. Détermination analytique des fonctions de transfert

a. Poutre encastrée libre

Un des cas simples qui permet la détermination analytique de la fonction de transfert est celui de la poutre encastrée libre dont nous donnons ici quelques éléments.

L'équation du mouvement en flexion d'une poutre encastrée-libre, soumise à une force ponctuelle $f(x,t)$ est donnée par l'équation [GER 93] (poutre Euler-Bernoulli) :

$$\rho A \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial w(x,t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} = f(x,t) \quad \dots (1.37)$$

avec A : la section transversal, w : le déplacement vertical, ρ la masse volumique, E : le module de Young, I : moment d'inertie.

$f(x,t)$: force ponctuelle appliquée en un point x

$$f(x,t) = f_i(t) \delta(x - x_i) \quad \dots (1.38)$$

Avec les conditions aux limites :

$$w(0,t) = 0, \quad w'(0,t) = 0, \quad EI w''(L,t) = 0, \quad w(x,0) = 0$$

$$\dot{w}(x,0) = 0$$

En faisant l'hypothèse que les déformations longitudinales de la poutre sont principalement dues aux modes de flexion, la déformation $\varepsilon(x,t)$ due au moment fléchissant $M = EI w''$ en un point x est donnée par : $\varepsilon(x,t) = -y w''(x,t) \quad \dots (2.4)$

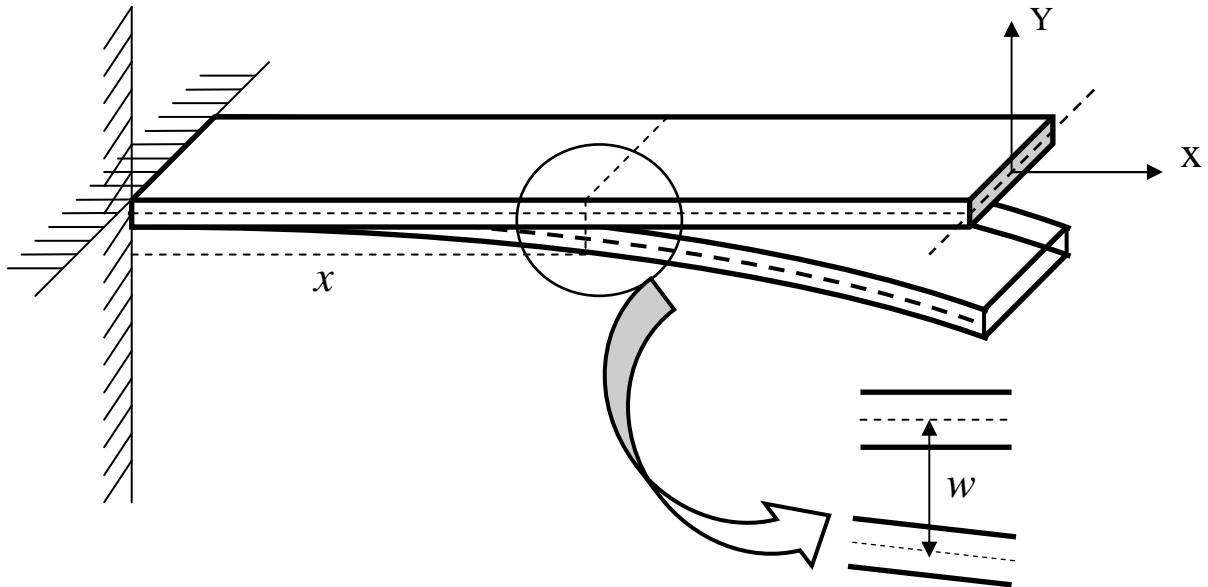


Figure I.9 : poutre encastrée libre

En utilisant une décomposition modale et la transformée de Fourier, le problème revient à résoudre l'équation intégrale de convolution [LAW 00] suivante :

$$\varepsilon(x_i,t) = \int_0^t h_{ij,k}(t-\tau) f_j(\tau) d\tau \quad \dots (1.39)$$

$$h_{ij,k}(t) = \frac{1}{\omega_{d_k}} e^{-\zeta_k \omega_k t} \sin(\omega_{d_k} t) \quad \dots (1.40)$$

Dans ce cas $h_{ij,k}$ est la fonction de transfert d'une déformation longitudinale mesurée en un point x_i , due à un impact en un point j et pour chaque mode.

ω_{d_k} est la fréquence modale amortie donnée par l'équation :

$$\omega_{d_k} = \omega_k \sqrt{1 - \zeta_k^2} \quad \dots (1.41)$$

b. Plaque circulaire encastrée sur son contour

L'équation de mouvement d'une plaque encastrée sur son contour selon la théorie classique des plaques « hypothèses de Kirchhoff » peut être exprimée par l'équation suivante [GER 93] :

$$D \Delta \Delta w(r, t) + \rho h \ddot{w}(r, t) = q(r, t) \quad \dots (1.42)$$

Où $w(r, t)$ est le déplacement transversal, $q(r, t) = f(t) \delta(r)$ est le chargement appliqué

$$D = Eh^3 / 12(1 - \nu^2) \quad \dots (1.43)$$

$$\Delta = (1/r) d/dr (r d/dr) \quad \dots (1.44)$$

E , ν , ρ , h , a représente respectivement le module de Young, le coefficient de Poisson, la masse volumique, l'épaisseur et le rayon de la plaque.

Les modes de vibration sont donnés par la formule :

$$\phi_n(r) = J_0(\lambda_n r) - \frac{J_0(\lambda_n a)}{I_0(\lambda_n a)} I_0(\lambda_n r) \quad \dots (1.45)$$

Où J_p et I_p sont respectivement les fonctions de Bessel et les fonctions de Bessel modifiées de première espèce d'ordre p

λ_n ($\lambda_n^4 = \omega_n^2 \rho h / D$) est la solution de l'équation caractéristique :

$$J_0(\lambda_n a) I_1(\lambda_n a) + I_0(\lambda_n a) J_1(\lambda_n a) = 0 \quad \dots (1.46)$$

En appliquant la superposition modale, le déplacement $w(r, t)$ peut être exprimé sous la forme suivante :

$$w(r, t) = \sum_n \frac{1}{M_n \omega_{an}} \int_0^t \phi_n(0) \phi_n(r) f(\tau) \sin(\omega_{an}(t - \tau)) \exp(-\zeta_n \omega_n(t - \tau)) d\tau \quad \dots (1.47)$$

Avec : M_n : masse modale

ω_n : fréquence modale

ω_{an} : fréquence modale amortie ($\omega_{an} = \omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2}$)

ζ_n : taux d'amortissement modal

I.3.1.3. Détermination expérimentale par essai d'impact

Dans le domaine fréquentiel, la notion de fonction de réponse fréquentielle (FRF) remplace la notion de fonction de transfert : mesure fondamentale qui isole les propriétés dynamiques d'un système mécanique.

C'est une mesure de la quantité déplacement, vitesse, ou accélération de la structure en sortie pour un degré de liberté, par unité de force d'excitation en entrée [SCH 99]. Elle est également définie comme étant le rapport de la transformée de Fourier d'une réponse en sortie $X(\omega)$ divisé par la transformée de Fourier de la force d'entrée $F(\omega)$ qui a causé la sortie. Les points de mesure de l'effort et de la réponse sont généralement différents.

La FRF est une valeur complexe de la variable ω , son étude peut se faire de manière graphique.

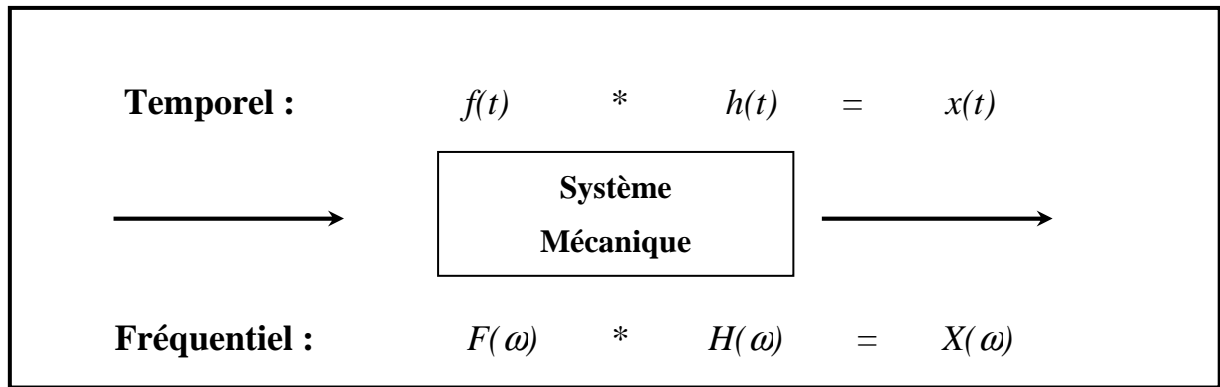


Figure I.10 : fonction de réponse fréquentielle (FRF)

La fonction de réponse fréquentielle pour une structure linéaire est une matrice $[H]$ qui relie à chaque pulsation ω , la réponse $X(\omega)$ à la force d'excitation $F(\omega)$.

$$X(\omega) = H(\omega)F(\omega) \dots (1.48)$$

Cette matrice peut être obtenue par différentes approches :

- modèle physique : en exploitant les matrices de masse, de raideur et d'amortissement obtenues par la méthode des éléments finis.

$$[H] = ([K] + i\omega[C] - \omega^2[M])^{-1} \dots (1.49)$$

- paramètres modaux de la structure obtenus expérimentalement ou par éléments finis :

$$[H(\omega_k)] = \sum_k \{\phi_k\} \frac{1}{i\omega_k - \lambda_k} \{\phi_k\}^T + \sum_k \{\phi_k\}^* \frac{1}{i\omega_k - \lambda_k^*} \{\phi_k\}^H \dots (1.50)$$

- mesure directe sur la structure : entre couples de nœuds (i,j) de réponse x_i et d'excitation f_j .

Par un essai d'impact, on peut obtenir la FRF à partir des réponses mesurées (déplacement, déformation, accélération,...) et de la force en utilisant la transformée de Fourier.

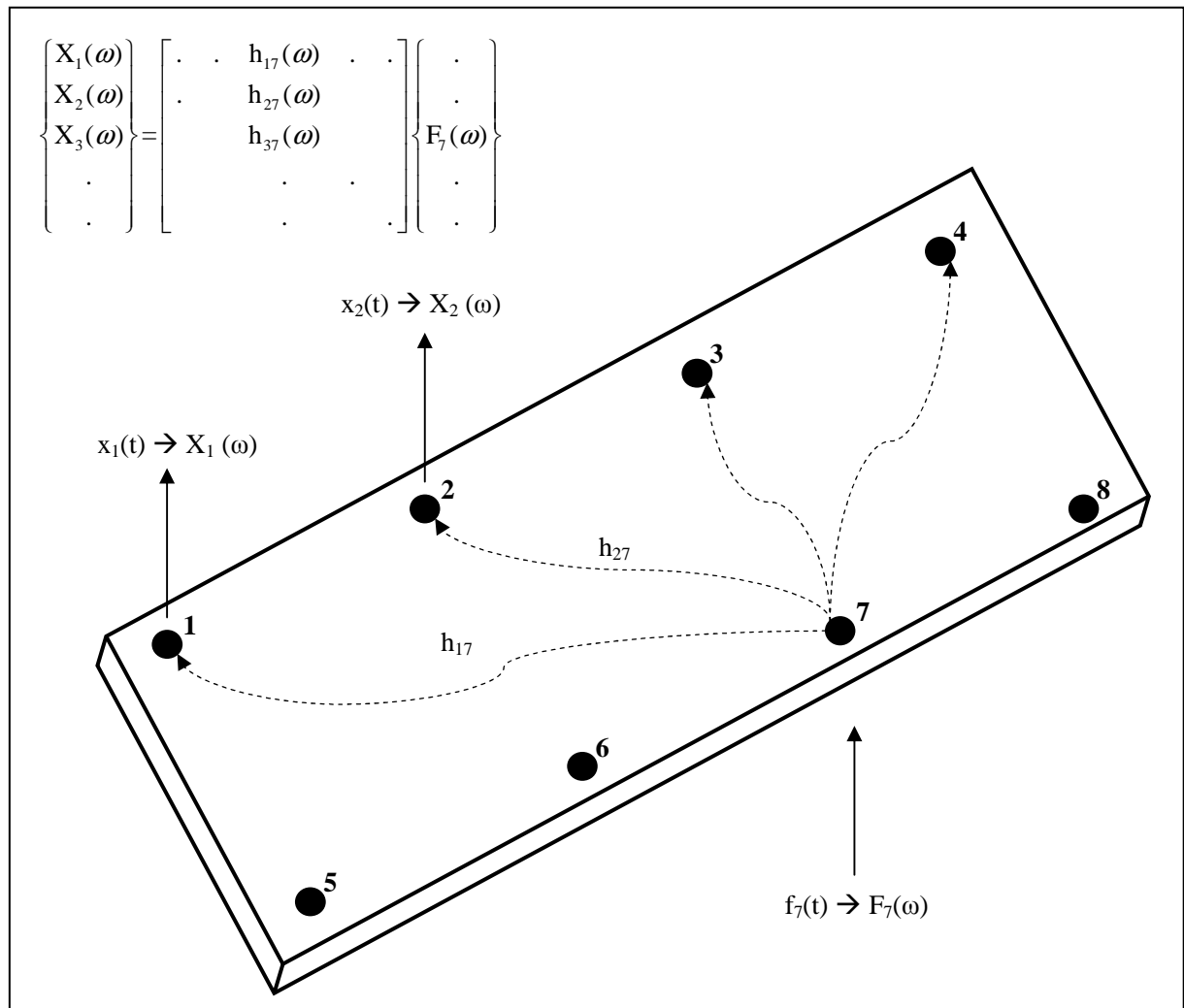


Figure I.11 : mesurer la FRF sur une structure

Les différentes fonctions de réponses en fréquence (FRF) entre le point d'impact et les points de mesures sont en pratique obtenues en calculant les densités spectrales :

$$H_{ij}(\omega) = \frac{S_{ij}(\omega)}{S_{jj}(\omega)} \quad \dots (1.51)$$

$S_{ij}(\omega) = E_i(\omega)F_j^*(\omega) \quad \dots (1.52)$ la densité spectrale d'interaction de l'excitation f_j et de la réponse s_i

$S_{jj}(\omega) = F_j(\omega)F_j^*(\omega) \quad \dots (1.53)$ la densité spectrale de l'excitation.

Avec $F_j^*(\omega)$ le complexe conjugué de $F_j(\omega)$

Le passage dans le domaine temporel se fait en utilisant une transformé de Fourier inverse.

I.3.2. Approche de reconstruction des forces d'impact

Le problème d'identification des forces d'excitation de structures mécaniques correspond à la démarche inverse du problème direct : on exploite des réponses mesurées sur une structure donnée pour tenter d'en identifier les causes, c'est-à-dire, les forces d'excitation qui en sont à l'origine. L'approche adoptée va consister à construire les fonctions de transfert entre les

points d'impact et de mesure sur la structure. Ensuite et pour un autre impact, il sera possible de retrouver l'effort par déconvolution du nouveau signal. Cette démarche peut aussi bien être produite expérimentalement que numériquement.

Dans le domaine de la physique expérimentale, on retrouve souvent la notion de convolution puisque les mesures physiques sont très souvent obtenues à partir de systèmes linéaires. Quand ces mesures sont inaccessibles directement, ou ont subi une dégradation, on utilise la déconvolution pour les reconstruire ou les restaurer.

Pour un système linéaire dans le domaine fréquentiel, l'équation (1.39) s'écrit :

$$(E_i) = [H_{ij}](F_j) \quad \dots \quad (1.54)$$

H est la fonction de réponse fréquentielle, dans le domaine temporel elle s'écrit :

$$[H_{ij}] = \begin{pmatrix} H_{ij}(\Delta t) & 0 & & 0 \\ H_{ij}(2\Delta t) & H_{ij}(\Delta t) & \ddots & \\ H_{ij}(3\Delta t) & H_{ij}(2\Delta t) & \ddots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ H_{ij}(n\Delta t) & H_{ij}((n-1)\Delta t) & \dots & \dots & H_{ij}(\Delta t) \end{pmatrix} \Delta t \quad \dots \quad (1.55)$$

Lorsque la matrice H_{ij} à inverser est généralement mal conditionnée, nous ne sommes pas assurés de trouver une solution pour chaque réponse, elle peut tout aussi bien conduire à une solution instable. La résolution du système (1.54) par simple inversion au sens des moindres carrés conduit à une solution instable, soit oscillante, soit divergente. Il faut donc régulariser le problème pour obtenir une solution :

- stable vis-à-vis des perturbations,
- unique,
- physiquement acceptable.

Pour cela, il est possible d'introduire des informations sur la solution du problème, par exemple dans de nombreux cas on peut rajouter une contrainte de positivité, souvent d'ailleurs en adéquation avec la physique du problème : la force obtenue étant une force de choc, elle doit être positive. On minimise la fonction suivante :

$$J(f_j) = \|e_i - [H_{ij}]f_j\| \quad \dots \quad (1.56)$$

Avec comme contrainte que $f \geq 0$.

En pratique, on obtient de meilleurs résultats lorsqu'on utilise simultanément l'information provenant de n capteurs, ainsi le problème consiste à minimiser la fonctionnelle :

$$J(f_j) = \sum_{i=1}^n \|e_i - [H_{ij}]f_j\| \quad \dots \quad (1.57)$$

Analysons le problème en utilisant la décomposition en valeurs singulières (SVD) des différentes matrices H_{ij} . On rappelle que la SVD d'une matrice H est une décomposition de la forme :

$$H = U \Sigma V^T = \sum_{i=1}^n u_i \sigma_i v_i^T \quad \dots \quad (1.58)$$

Cette relation conduit à une expression simple pour la solution f du système (1.54)

$$f = \sum_{i=1}^n \frac{u_i^T e}{\sigma_i} v_i \dots (1.59)$$

La méthode de régularisation que nous allons utiliser est la méthode de Tikhonov [TIK 77], qui procède par optimisation d'une fonction d'erreur construite au départ de 2 termes.

$$e = \min_{\{f\}} \left\| \{E\} - [H]\{f\} \right\|^2 + \beta \|f\|^2 \dots (1.60)$$

Pour le choix du paramètre de régularisation, nous avons opté pour la méthode L-Curve qui comme nous l'avons précisé dans la partie précédente, est basée sur le principe de la recherche de l'optimum d'une fonctionnelle composée de deux termes, un résidu appelé RN (Residual Norm) et la norme de la solution, désignée par SN (Semi-Norm).

$$RN = \|Hf_\beta - e\|_2^2 \dots (1.61)$$

$$SN = \|\{f_\beta\}\|_2^2 \dots (1.62)$$

La méthode consiste à représenter graphiquement l'évolution de SN en fonction de RN. Le paramètre de régularisation optimal correspond alors au point de courbure maximale.

Notons $\eta = \|f_\beta\|_2^2$ et $\rho = \|Hf_\beta - e\|_2^2$, $\hat{\eta} = \log \eta$, $\hat{\rho} = \log \rho$

La courbure maximale selon [HAN 00] est donnée par la formule :

$$\kappa = 2 \frac{\eta \rho \beta^2 \eta' \rho + 2 \beta \eta \rho + \beta^4 \eta \eta'}{\eta' (\beta^4 \eta^2 + \rho^2)^{3/2}} \dots (1.63)$$

Avec $\hat{\eta}'$, $\hat{\eta}''$, $\hat{\rho}'$, $\hat{\rho}''$ les dérivées premières et secondes de η et de ρ par rapport à β .

Le paramètre de régularisation optimal correspond à la valeur de β pour laquelle la fonction $\kappa(\beta)$ est maximale.

Certes, dans la plupart des cas la méthode L-curve donne de bons résultats, mais afin d'être certain d'obtenir le paramètre de régularisation optimal et ainsi de meilleurs résultats, nous utiliserons aussi la méthode de validation croisée généralisée (GCV) et nous comparerons les résultats.

I.4. Caractérisation des impacts

I.4.1. Introduction

Le problème de caractérisation des impacts pour des structures simples de type poutres ou plaques devient très complexe lorsque le point d'impact n'est pas connu.

Malgré un nombre limité de références bibliographiques sur le sujet, nous avons trouvé un certain nombre d'auteurs qui ont traité le sujet. L'approche par l'analyse inverse semble la plus adaptée à notre problématique. Les méthodes sont généralement basées sur une minimisation de l'erreur d'estimation de la réponse obtenue à partir d'un modèle numérique ou analytique. Ces approches sont très sensibles aux erreurs du modèle numérique ou

théorique, ce qui rend très limitée leur application pour des structures réelles complexes avec des conditions aux limites réelles.

I.4.2. Méthodes de caractérisation des impacts

I.4.2.1. Méthode de WANG

Cette méthode [WAN 03] est basée sur un modèle théorique. Après détermination des paramètres modaux de la structure théoriquement et expérimentalement, la réponse de la structure a été exprimée en fonction de l'amplitude et du point d'impact de la force d'impact.

a. Principe

L'équation du mouvement d'une structure arbitraire sur un domaine D est donnée par l'équation [MEI 67] :

$$L[w(P,t)] + \frac{\partial}{\partial t} C[w(P,t)] + M \frac{\partial^2}{\partial t^2} [w(P,t)] = f(P,t) \quad \dots (1.64)$$

Où L , C sont des opérateurs linéaires homogènes, obtenues par dérivation d'ordre 2p par rapport aux coordonnées spatiales de P .

$M(P)$: la fonction de distribution de masse de la structure,

$w(P,t)$: la réponse de la structure,

$f(P,t)$: la fonction de la force générale,

La réponse générale de la structure $w(P,t)$ et $W(P,\omega)$ dans le domaine temporel et fréquentiel est donné par :

$$w(P,t) = \int f(P,\tau) h(P,t-\tau) d\tau \quad \dots (1.65)$$

$$W(P,\omega) = H(P,\omega) F(P,\omega) \quad \dots (1.66)$$

$f(P,t)$ ou $F(P,\omega)$ est la force appliquée décrite dans le domaine temporel ou fréquentiel.

$h(P,t)$ est la fonction de réponse temporelle (IRF) ou fonction de Green.

$H(P,\omega)$ est la fonction de réponse fréquentielle (FRF).

La solution de $w(P,t)$ peut être séparable à variable dans le temps et dans l'espace :

$$w(P,t) = \phi(P) q(t) \quad \dots (1.67)$$

Pour effectuer l'analyse modale de la structure, l'amortissement et la fonction de la force peuvent être négligés dans l'équation (1.64), on obtient alors l'équation à variables séparées suivantes :

$$\ddot{q}(t) + \omega^2 q(t) = 0 \quad \dots (1.68)$$

$$L[\phi(P)] = \omega^2 M(P) \phi(P) \quad \dots (1.69)$$

La solution générale de l'équation (1.68) est

$$q(t) = Q e^{i(\omega t - \theta)} \quad \dots (1.70)$$

Où Q et θ sont des constantes, représentant l'amplitude et l'angle de phase.

L'équation (1.67) peut être considérée comme un problème de valeurs propres satisfait sur le domaine D. La réponse du système est donnée par:

$$w(P, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(P) q_k(t) \quad \dots (1.71)$$

Φ_k modes propres de structure,

$q_k(t)$ est la coordonnée modale de l'équation (1.67) qui peut être obtenue par la formule suivante :

$$q_k(t) = \int_0^t N_k(\tau) h_k(t-\tau) d\tau + e^{-\xi_k \omega_k t} (q_k(0) \cos \omega_{d_k} t + \frac{\dot{q}_k(0) + \xi_k \omega_k q_k(0)}{\omega_{d_k}} \sin \omega_{d_k} t) \quad \dots (1.72)$$

Avec
$$h_k(t) = \frac{1}{\omega_{d_k}} e^{-\xi_k \omega_k t} \sin \omega_{d_k} t \quad \dots (1.73)$$

$$\omega_{d_k} = \omega_k \sqrt{1 - \xi_k^2} \quad \dots (1.74)$$

$$q_k(0) = \int_D M(P) \Phi_k(P) w(P, 0) dD(P) , \quad \dot{q}_k(0) = \int_D M(P) \Phi_k(P) \dot{w}(P, 0) dD(P) \quad \dots (1.75)$$

L'équation (1.68) où $h_k(t)$ est l'IRF est l'intégrale de convolution dans le domaine modal.

Pour des conditions initiales nulles on obtient :

$$q_k(t) = \frac{1}{\omega_{d_k}} \int_0^t N_k(\tau) e^{-\xi_k \omega_k (t-\tau)} \sin \omega_{d_k} (t-\tau) d\tau = \frac{F_j \Phi_k(P_j)}{\omega_{d_k}} e^{-\xi_k \omega_k t} \sin \omega_{d_k} t \quad \dots (1.76)$$

En remplaçant dans l'équation (1.67), la réponse du système en un point $P=P_i$

$$w(P_i, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(P_i) \Phi_k(P_j) F_j}{\omega_{d_k}} e^{-\xi_k \omega_k t} \sin \omega_{d_k} t \quad \dots (1.77)$$

On peut obtenir la formule de l'accélération en dérivant $w(P_i, t)$ deux fois par rapport au temps

$$a(P_i, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(P_i) \Phi_k(P_j) F_j}{\omega_{d_k}} e^{-\xi_k \omega_k t} \left[(2\xi_k^2 \omega_k^2 - \omega_k^2) \sin \omega_{d_k} t - 2\xi_k \omega_k \omega_{d_k} \cos \omega_{d_k} t \right] \quad \dots (1.78)$$

$$A(P_i, \omega) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(P_i) \Phi_k(P_j) F_j}{(\omega_k^2 - \omega^2) + i(2\xi_k \omega_k \omega)} (-\omega_k^2 - i2\xi_k \omega_k \omega) \quad \dots (1.79)$$

La réponse est fonction des paramètres modaux de la structure, comme l'amplitude et la position de la force d'impact. Le problème d'optimisation revient à minimiser la fonctionnelle suivante :

$$Q_t = \sum_{r=1}^{N_t} [a_i(t_r) - \hat{a}_i(t_r)]^2 \quad \dots (1.80)$$

Q_t est définie comme la somme des erreurs carrées entre les $a_i(t)$ estimées théoriquement, et les $\hat{a}_i(t)$ mesurées expérimentalement pour N_t étapes de temps. Le but est de trouver F_j et $\Phi_{i,j}$ de telle sorte que la fonctionnelle soit minimale.

Donc l'amplitude de la force F_j et un ensemble de vecteur modal $\{\hat{D}\}_j$ peuvent être obtenus après une résolution du problème d'optimisation.

$$\{\hat{D}\}_j \text{ est défini par: } \{\hat{D}\}_j = [\Phi_{1,j} \ \Phi_{2,j} \ \dots \ \Phi_{n,j}]^T \dots (1.81)$$

$\{\hat{D}\}_j$: vecteur contenant les composantes d'ordre j pour tous les modes propres au point $P=P_j$

La matrice modale de la structure est supposée connue, et peut être décrite comme :

$$\begin{aligned} [\Phi] &= [\{\Phi\}_1 \ \{\Phi\}_2 \ \dots \ \{\Phi\}_n] \\ &= \begin{bmatrix} \{\Phi\}_{1,1} & \{\Phi\}_{2,1} & \dots & \{\Phi\}_{n,1} \\ \{\Phi\}_{1,2} & \{\Phi\}_{2,2} & \dots & \{\Phi\}_{n,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \{\Phi\}_{1,m} & \{\Phi\}_{2,m} & \dots & \{\Phi\}_{n,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [G]_1 \\ [G]_2 \\ \vdots \\ [G]_l \end{bmatrix} \dots (1.82) \\ [G]_l &= [\Phi_{1,l} \ \Phi_{2,l} \ \dots \ \Phi_{n,l}] = \{D\}_l^T, l=1,2,\dots,m \quad (1.83) \end{aligned}$$

Le critère d'assurance modale (MAC) [EWI 86] est utilisé pour évaluer la corrélation entre les modes propres théoriques et expérimentaux.

$$MAC_{jl} = MAC(\{\hat{D}\}_j, \{D\}_l) = \frac{\left| \{\hat{D}\}_j^T \{D\}_l \right|^2}{(\{\hat{D}\}_j^T \{\hat{D}\}_j^*) (\{D\}_l^T \{D\}_l^*)}, l=1,2,\dots,m \dots (1.84)$$

Quand MAC tend vers 1, $\{D\}_l$ et $\{\hat{D}\}_j$ ont une bonne corrélation, ce qui nous permet de dire que $P_j=P_l$ donc le point d'impact peut être considéré comme étant P_l

b. Implémentation du modèle

Les données d'entrées (input) incluent les réponses mesurées $\hat{a}_i(P,t)$ ou $\hat{A}_i(P,\omega)$ et la représentation du modèle mathématique. La méthode utilise les paramètres modaux du système pour représenter le mouvement de la structure, donc les fréquences propres, les facteurs d'amortissement modaux, et les modes propres sont aussi des données d'entrée du programme. Pour déterminer l'amplitude et le point d'impact de la force, nous devons résoudre un problème d'optimisation complexe.

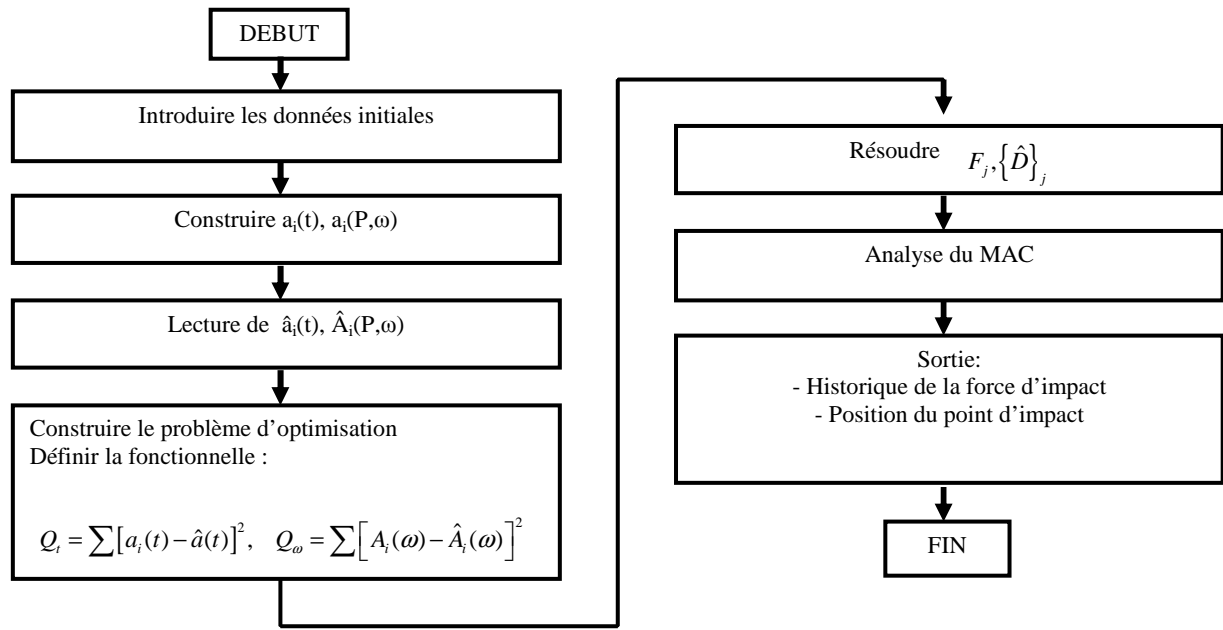


Figure I.12 : algorithme de la méthode WANG

I.4.2.2. Méthode de YEN

Yen [YEN 95a] a développé une méthode pour localiser et identifier la force d'impact à partir des déformations enregistrées en un certain nombre de points sur une plaque rectangulaire. Il a développé une relation de réciprocité entre tous les couples de déformation pour localiser la source, sans connaître la force. L'historique de la force a été ensuite déterminé après identification du point d'impact.

a. Principe

L'équation du mouvement d'une plaque rectangulaire est dérivée de la théorie de Reissner-Mindlin et de la méthode de Ritz [CAI 89].

$$u_1(x, y, z, t) = z\bar{\alpha}(x, y, z) = z \sum_i \sum_j \alpha_{ij}(t) \xi'_i(x) \eta_j(y) \quad \dots (1.85)$$

$$u_2(x, y, z, t) = z\bar{\beta}(x, y, z) = z \sum_i \sum_j \beta_{ij}(t) \xi_i(x) \eta'_j(y) \quad \dots (1.86)$$

$$u_3(x, y, z, t) = w(x, y, z) = \sum_i \sum_j w_{ij}(t) \xi_i(x) \eta_j(y) \quad \dots (1.87)$$

- u_1, u_2 , et u_3 sont les composantes du déplacement selon les directions x, y et z respectives,
- $\xi_i(x), \eta_j(y)$ sont les modes normaux incluant les conditions aux limites appropriés,
- α_{ij}, β_{ij} et w_{ij} sont les amplitudes modales correspondantes,
- $()'$ définit la dérivée spatiale.

En utilisant le principe de Hamilton sur les trois équations de mouvement de la plaque :

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & M_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{q}_1 \\ \ddot{q}_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} q_1 \\ q_2 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ P_2 \end{Bmatrix} \quad \dots (1.88)$$

$\{q_1\}$ est un vecteur colonne contenant α_{ij} et β_{ij} , $\{q_2\}$ est un vecteur colonne composé de w_{ij} . La déformation en un point (x_1, y_1) sur la surface à $z=h/2$ est donnée par l'intégrale de convolution

$$r_{\zeta\zeta}(x_1, y_1, h/2, t) = \int_0^t p(t-\tau) G^{(\zeta)}(x_1, y_1, \tau; x_0, y_0) d\tau \quad \dots (1.89)$$

où G est la fonction de transfert à un instant τ donné pour un impact à x_0, y_0 et une mesure à x_1, y_1 .

Pour chercher une solution numérique approximative, l'intégrale de convolution est discrétisée dans le domaine temporel :

$$\begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ \vdots \\ r_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} G_1 & & & & 0 \\ G_2 & G_1 & & & \\ G_3 & G_2 & G_1 & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \\ G_n & G_{n-1} & G_{n-2} & \dots & G_1 \end{bmatrix}_{(k)} \begin{Bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ \vdots \\ p_n \end{Bmatrix} \quad \dots (1.90)$$

$$R_{(k)} = G_{(k)} P, \quad k=1, 2, \dots, N \quad \dots (1.91)$$

Où r_j et p_j sont respectivement la déformation et la force d'impact à $t=j\Delta t$.

$$G_1^\zeta = \frac{h}{2} \{ \Gamma_\zeta \}^T [K_{11}]^{-1} [K_{12}] [X] [T] [X]^T \{Y\} \quad \dots (1.92)$$

$$G_{j+1}^{(\zeta)} = \frac{h}{2} \{ \Gamma_\zeta \}^T [K_{11}]^{-1} [K_{12}] [X] [S] [X]^T \{Y\} \quad \dots (1.93)$$

$$[X] = [\{e_1\}, \{e_2\}, \dots, \{e_L\}] \quad \dots (1.94)$$

$$[T] = \text{Diag}[T(1), T(2), \dots, T(L)] \quad \dots (1.95)$$

$$[S] = \text{Diag}[S(j, 1), S(j, 2), \dots, S(j, L)] \quad \dots (1.96)$$

L'indice (k) correspond au numéro du capteur k , $G(k)$ est une matrice carrée $n \times n$.

Cette matrice triangulaire inférieure intègre les caractéristiques de l'intégrale de convolution.

b. Localisation de l'impact

L'intégrale de convolution est commutative, donc :

$$G_{(i)} R_{(j)} = G_{(j)} R_{(i)} \quad \dots (1.97)$$

Cette équation est valide pour localiser l'impact sans connaître l'effort seulement si les fonctions de Green sont calculées en utilisant la position exacte où la force est appliquée. La forme complexe de la fonction de Green ne permet pas de déterminer la position d'impact par une méthode analytique, on utilise alors une technique d'optimisation.

Une fonctionnelle est définie comme :

$$F(x, y) = \sum_{i=1}^N \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N \frac{1}{\|G_{(i)} R_{(j)}\|^2} \|G_{(i)} R_{(j)} - G_{(j)} R_{(i)}\|^2 \quad \dots (1.98)$$

Localiser l'impact est alors équivalent à trouver le point (x_0, y_0) où F est minimale.

Pour effectuer la localisation, la surface du corps de test est discrétisée dans l'espace, ainsi nous obtenons un ensemble de couples à partir desquels les fonctionnelles sont calculées.

Le processus d'optimisation consiste à rechercher la position du minimum global de la fonctionnelle **(1.98)**.

Durant le processus d'optimisation, il est nécessaire de calculer le gradient de la fonctionnelle grâce auquel la direction recherchée peut être déterminée.

Une dérivée spatiale de F peut être obtenue :

$$\frac{\partial F}{\partial \zeta} = 2 \sum_{i=1}^N \sum_{j=1, j \neq i}^N \left[\frac{(G_{(i)} R_{(j)} - G_{(j)} R_{(i)})^T \left(\frac{\partial G_{(i)}}{\partial \zeta} R_{(j)} - \frac{\partial G_{(j)}}{\partial \zeta} R_{(i)} \right)}{\|G_{(i)} R_{(j)}\|^2} - \frac{\|G_{(i)} R_{(j)} - G_{(j)} R_{(i)}\| \left(\frac{\partial G_{(i)}}{\partial \zeta} R_{(j)} \right)^T (G_{(i)} R_{(j)})}{\|G_{(i)} R_{(j)}\|^4} \right]$$

... **(1.99)** où ζ dénote x ou y

La méthode du gradient conjugué est adoptée pour déterminer les directions séquentielles recherchées. Une recherche de minimisation unidirectionnelle est effectuée par une combinaison du schéma d'interpolation quadratique et la méthode de bisection pour localiser l'emplacement minimal.

c. Identification de la force

Une fois l'impact localisé, les fonctions de Green pour l'ensemble des réponses enregistrées sont également déterminées. Trouver l'historique de la force d'impact est alors équivalent à résoudre l'intégral de convolution, pour obtenir les fonctions de force inconnue p(t).

Une fonction d'erreur à partir de la forme discrète est définie par :

$$E = \sum_{j=1}^N \|G_{(j)} P - R_{(j)}\|^2 \quad \dots \text{ (1.100)}$$

L'objet est de trouver la fonction de force $P(t)$, qui minimise la fonction d'erreur. La méthode du gradient conjugué est également utilisée.

I.4.2.3.Méthode de HU

Cette méthode a été développée par Hu en 2005 [HU 05], elle est basée sur la minimisation d'une fonctionnelle créée à partir des fonctions de transfert entre les points d'impact formant un maillage sur la structure, et plusieurs points de mesure.

a. Principe

L'équation du mouvement d'une plaque est donnée par la formule :

$$[M] \{\ddot{u}(t)\} + [K] \{u(t)\} = \{r_f\} f(t) \quad \dots \text{ (1.101)}$$

Où $[M]$ et $[K]$ sont la matrice des masses et la matrice de rigidité respectivement, $\{u(t)\}$ est le vecteur de déplacement nodal. $f(t)$ est la force d'impact et $\{r_f\}$ correspond à la position de l'impact.

Une fois exprimée en coordonnées modales, cette équation différentielle peut être résolue en utilisant l'intégrale de Duhamel. Ensuite, la relation entre la force d'impact appliquée en un point (x_f, y_f) et la déformation enregistrée en un point (x_0, y_0, z_0) peut être exprimée par :

$$\{\tilde{\varepsilon}\} = [G_{\zeta}(x_f, y_f, x_0, y_0, z_0)] \{\tilde{f}\} \dots (1.102)$$

$$\text{Avec : } \{\tilde{\varepsilon}\} = [\varepsilon(0) \quad \varepsilon(\Delta t) \quad \dots \quad \varepsilon(n\Delta t)]^T \dots (1.103)$$

$$\{\tilde{f}\} = [f(0) \quad f(\Delta t) \quad \dots \quad f(n\Delta t)]^T \dots (1.104)$$

$G_{\zeta}(x_f, y_f, x_0, y_0, z_0)$ est la matrice de transformation composée des fonctions de Green à chaque pas de temps.

b. Caractérisation des impacts

En appliquant la technique d'identification des impacts à partir de plusieurs capteurs, nous obtenons la fonctionnelle suivante :

$$F = \min_{\{\tilde{f}\}} \sum_{i=1}^m \|\{\tilde{\varepsilon}_i\} - [H_i] \{\tilde{f}\}\|^2 + \beta_i \|\tilde{f}\|^2 \dots (1.105)$$

$\{\tilde{\varepsilon}_i\}$ est la déformation mesurée par le capteur i situé au point (x_{0i}, y_{0i}, z_{0i})

$[H_i]$ est la matrice de transfert reliant $\{\tilde{\varepsilon}_i\}$ et $\{\tilde{f}\}$, β_i est le paramètre de régularisation.

Pour localiser l'impact, on suppose un effort $\{\tilde{f}_e\}$ appliqué en un point sur le grille de la structure et obtenu à partir de la formule (1.105) et la déformation mesurée $\{\tilde{\varepsilon}_i\}$. On peut donc construire un vecteur d'erreur entre les déformations mesurées et estimées pour chaque point d'impact supposé :

$$E = \sum_{i=1}^m \frac{\|[H_i] \{\tilde{f}_e\} - \{\tilde{\varepsilon}_i\}\|^2}{\|\{\tilde{\varepsilon}_i\}\|^2} \dots (1.106)$$

Le point d'impact est obtenu en minimisant la fonctionnelle E . Dans le processus de minimisation, la force $\{\tilde{f}_e\}$ est recalculée pour chaque point d'impact supposé à l'aide de l'équation (1.105). Une fois le point d'impact localisé, la force d'impact est reconstruite en utilisant la déformation enregistrée et la matrice de transfert correspondant à ce point d'impact.

I.5. Conclusion

Notre problématique étant de caractériser les impacts sur des galeries de protection pare-blocs, nous proposons de recourir aux méthodes inverses qui nous permettent d'utiliser des mesures de déformations ou d'accélération enregistrées sur une structure réelle pour quantifier et localiser les impacts.

Dans cette étude bibliographique nous avons décrit le principe des problèmes inverses et montré la nécessité de la régularisation pour pouvoir accéder à une évaluation fiable des efforts.

Plusieurs approches peuvent être appliquées pour la reconstruction des efforts d'impacts, nous avons opté pour celle basée sur les fonctions de transfert. Ce choix est dû principalement à la possibilité d'obtenir ces fonctions de transfert expérimentalement et donc d'appliquer l'approche de reconstruction dans le cas d'une structure réelle. Nous avons présenté un rappel théorique du calcul de cette fonction dans le cas de structures simples de type poutre ou plaque.

Aussi, nous avons donné une description des méthodes de régularisation directes et indirectes les plus utilisées, ainsi que les outils mathématiques qui nous permettent de les appliquer telle la décomposition en valeurs singulières d'une matrice (SVD). Un autre facteur très important lors de la régularisation d'un problème mal posé est le choix du paramètre de régularisation qui contrôle le poids de la régularisation.

L'application de cette approche dépend essentiellement de la position exacte du point d'impact, lorsque celle-ci n'est pas connue le problème devient plus complexe. Pour résoudre ce problème quelques méthodes existent dans la littérature et nous les avons présentées en détail afin de choisir la méthode adéquate dans notre cas.

CHAPITRE 2 : CARACTÉRISATION DES IMPACTS POUR DES STRUCTURES SIMPLES : POUTRE ET PLAQUE

II.1. Introduction

Afin de quantifier l'activité de l'aléa rocheux en une zone et éventuellement utiliser les galeries de protection comme capteur de cet aléa, il est indispensable de connaître le chargement lors du choc qui permettra d'accéder à certains paramètres comme le niveau de choc, la durée du choc et l'énergie d'impact. Dans ce cas, la mesure directe du chargement est impossible car elle se heurte à l'impossibilité d'instrumenter le projectile avec un capteur de force, d'où le recours aux méthodes inverses.

Dans ce chapitre nous allons appliquer la démarche d'identification de la force d'impact sur des structures de type poutres et plaques en appliquant une démarche expérimentale basée sur les fonctions de transfert. Nous allons étudier les différents facteurs qui influencent la qualité de reconstruction de l'effort (paramètre de régularisation, point d'impact et de mesure,...).

L'étude bibliographique nous a permis d'avoir une vision globale sur le problème d'identification et de localisation des impacts en utilisant seulement les réponses enregistrées. Les méthodes citées sont basées sur la minimisation d'erreur entre les réponses mesurées et les réponses estimées à partir d'un modèle numérique ou théorique. Une fonctionnelle est créée à l'aide d'une minimisation de type moindres carrées, avec intégration d'un paramètre de régularisation.

L'approche expérimentale nous a semblé la plus adaptée à notre problématique car elle permet d'intégrer les conditions aux limites réelles de la structure. Ces conditions ont une influence très importante sur la réponse du système et sont difficiles à représenter dans un modèle qu'il soit numérique ou analytique. Nous avons commencé d'abord par appliquer cette démarche pour des structures simples de type poutre encastree-libre et plaque encastree sur son contour, avec un matériau linéaire. Ensuite, nous verrons au chapitre 3 une application à une dalle en béton armé.

II.2. Identification des forces d'impact

II.2.1. Méthode de résolution

Pour pouvoir appliquer la démarche de reconstruction d'un effort d'impact sur une structure nous commençons par effectuer un impact en un point j de la structure et nous enregistrons la réponse sur un capteur au point i . Cet impact va nous servir comme impact de référence et va nous permettre de construire la fonction de transfert pour un couple point d'impact j et point de mesure i . Ensuite la matrice de transfert est créée et décomposée en valeurs singulières.

Pour reconstruire un effort d'impact appliqué au point j avec enregistrement de la réponse au point i , nous appliquons la méthode de Tikhonov avec une méthode L-Curve et GCV pour calculer le paramètre de régularisation optimal.

Sur la figure II.1 nous présentons l'application de l'approche de reconstruction d'un effort en détail.

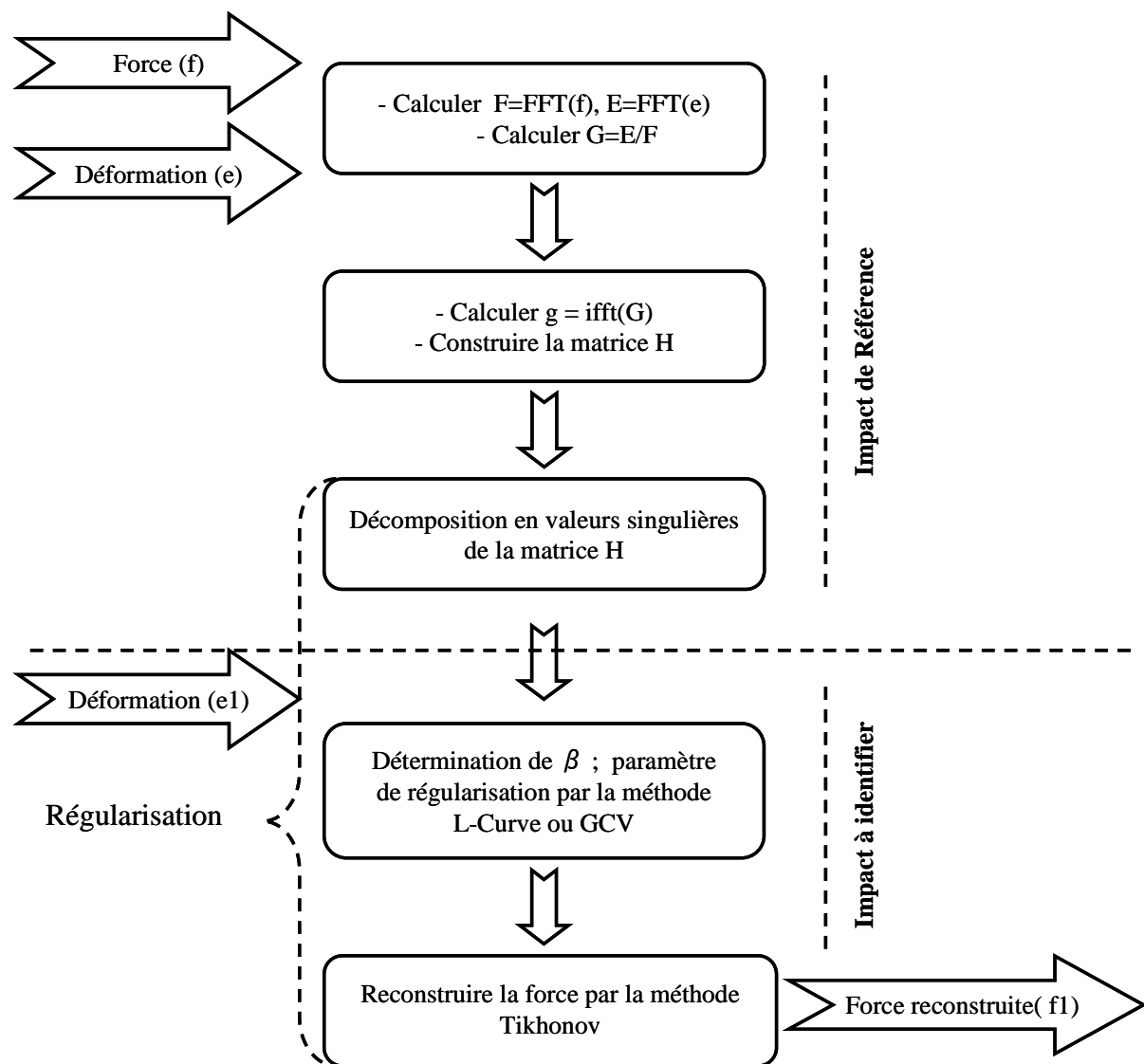


Figure II.1 : méthode d'identification d'impact par analyse inverse avec régularisation

II.2.2. Montages expérimentaux

II.2.2.1. Dispositif

Pour obtenir les fonctions de transfert expérimentales des structures étudiées (poutre encastree-libre et plaque encastree sur son contour) et valider l'approche de reconstruction de l'effort d'impact, nous avons utilisé deux dispositifs expérimentaux pour obtenir les réponses mesurées en différents points de la structure résultant d'impact en différents points.

Les caractéristiques des deux structures sont :

- Poutre en aluminium encastree-libre : longueur = 250 mm, largeur = 50 mm, Epaisseur = 6,51mm.
- Plaque en aluminium Al5054, de dimensions 450x450x4,4 mm³ encastree sur un montage circulaire de diamètre 410 mm.

Les deux structures sont équipées de jauges de déformations (disposées selon la figure II.2) d'une résistance de 120 Ω et d'un facteur de jauge de 2,10.

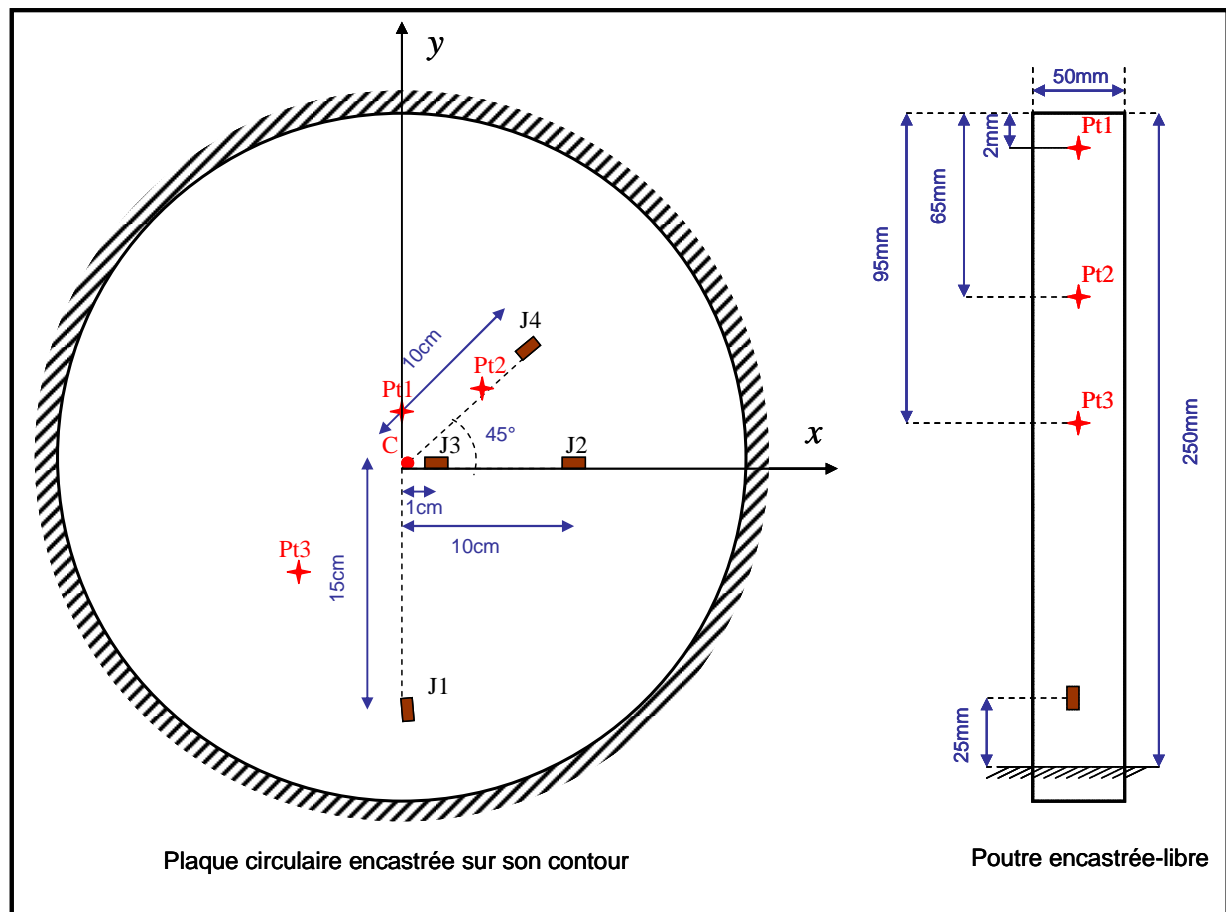


Figure II.2 : position des jauges et points d'impact

Dans le tableau II.1 nous présentons les coordonnées des points d'impact sur la plaque et des jauges de déformations :

Point	X (cm)	Y (cm)	R (cm)
C	0	0	0
Pt1	0	3	3
Pt2	5,5	5	7,43
Pt3	-7	-7,5	10,26
J1	0	15	15
J2	10	0	10
J3	1	0	1
J4	7,07	7,07	10

Tableau II.1 : coordonnées des différents points d'impact et des jauges de déformation

II.2.2.2. Marteau d'impact

L'impact est effectué à l'aide d'un marteau de choc de marque DYTRAN modèle 8550B, avec un embout plastique et une bande passante de 5 kHz. Ce modèle nous permet le choix de la sensibilité de 22241,1 ; 2224,1 et 222,41 mV/N, selon l'effort que l'on souhaite appliquer.

Nous disposons donc d'une très large gamme dynamique permettant une excitation d'une multitude de structures (de petite à très grande).

II.2.2.3. Système d'acquisition

Le système d'acquisition est une valise autonome développée par la société SAPHIR. Elle est composée d'un support NI cDAQ9172 comportant des modules accélérométriques et des modules jauges de déformations.



Figure II.3 : valise d'acquisition

Un ordinateur portable complète le système et permet d'effectuer l'acquisition des données en utilisant le logiciel STELA. Toutes les mesures sont synchronisées et la fréquence d'échantillonnage va de 1 kHz à 50 kHz.

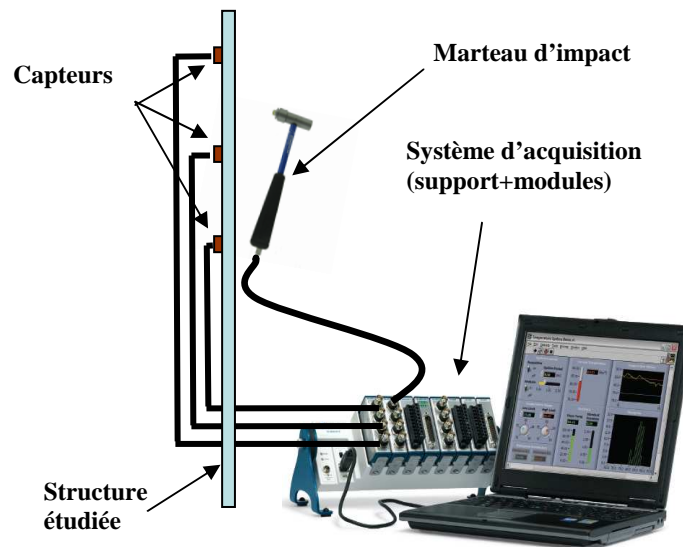


Figure II.4 : schéma montage expérimental

La force d'impact ainsi que les déformations en différents points sont enregistrées en continu à une fréquence d'acquisition de 25 kHz.

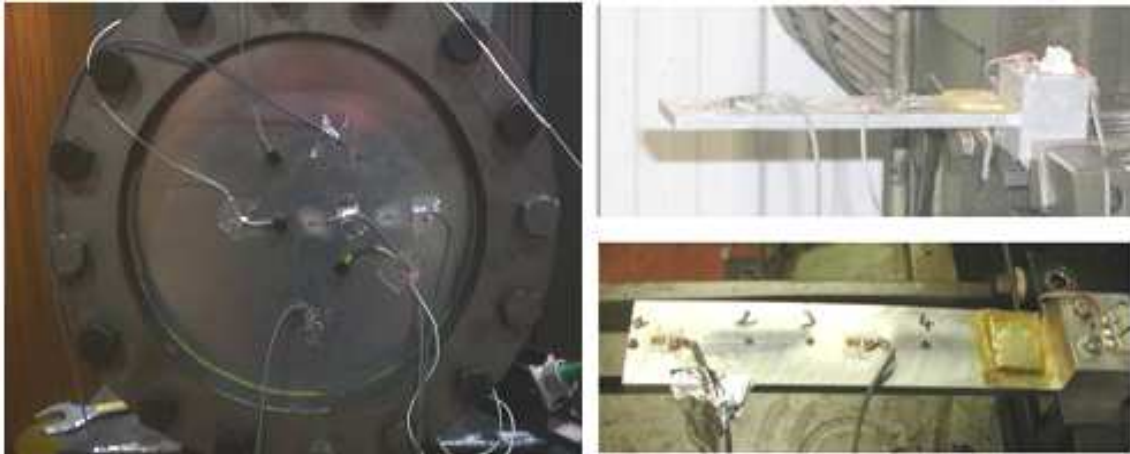


Figure II.5: plaque et poutre équipées de jauges de déformation et d'accéléromètres

II.2.3. Résultats

II.2.3.1. Fonction de transfert

Dans ce paragraphe nous allons reprendre toute la démarche de construction de la fonction de transfert. Dans un premier temps, nous allons effectuer cette approche dans le cas de la poutre encastrée-libre.

Le point d'impact est le point 3 et la mesure de déformation se fait sur la jauge proche de l'encastrement.

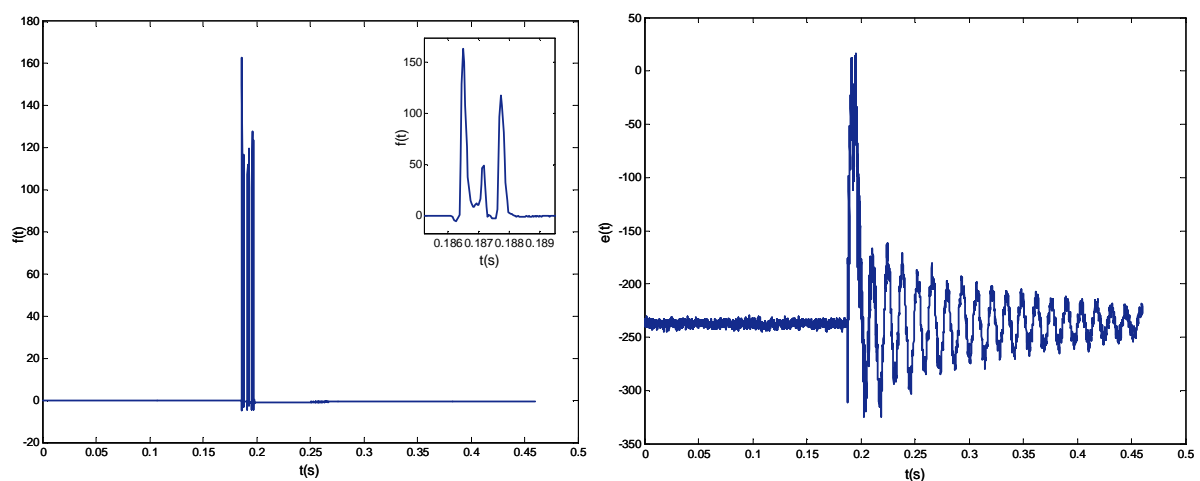


Figure II.6 : force d'impact et déformation enregistrées pour un impact au Point Pt3 de la poutre

On appliquant une FFT sur les enregistrements temporels, on obtient les spectres des signaux suivants : $F = \text{FFT}(f)$, $E = \text{FFT}(e)$

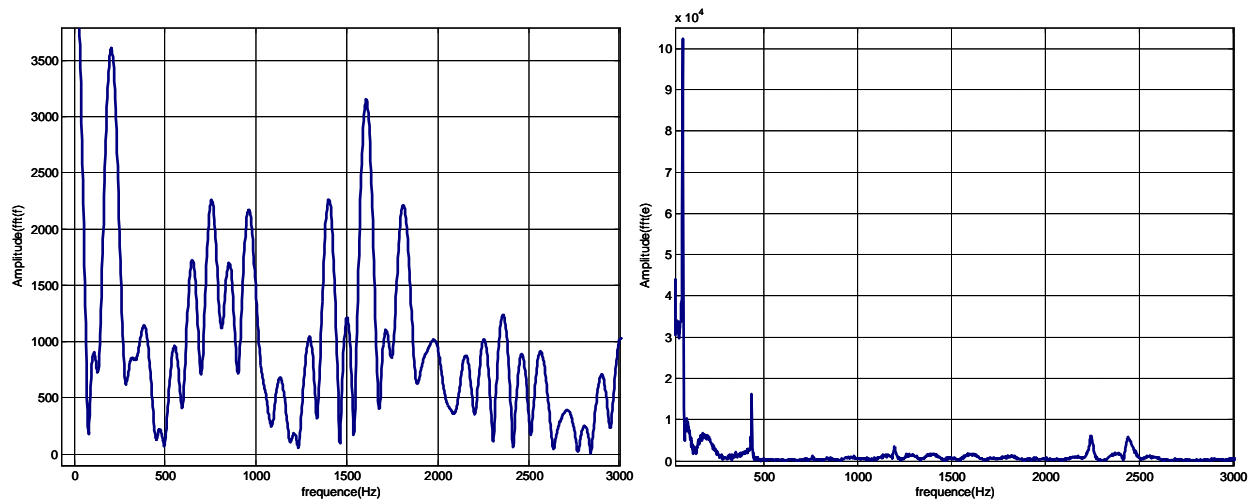


Figure II.7 : spectre de force et de déformation pour un impact au Point Pt3 de la poutre

Nous utilisons les deux signaux pour reconstruire la fonction de réponse fréquentielle

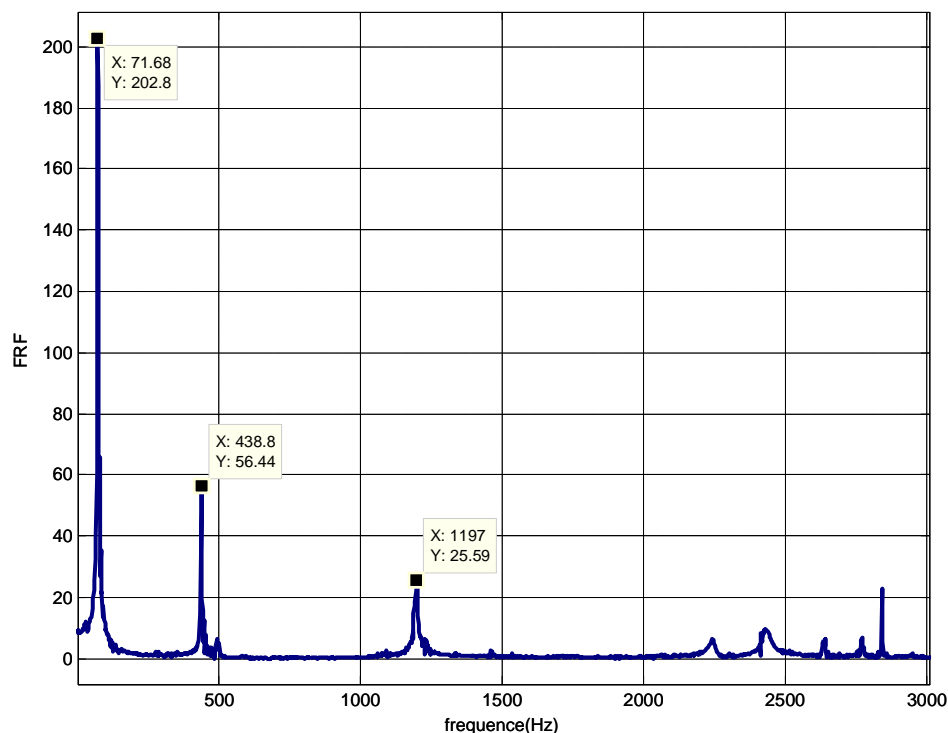


Figure II.8 : FRF pour un impact au Point Pt3 de la poutre

La fonction de réponse fréquentielle (FRF) nous permet d'obtenir les premiers modes de vibration de la poutre, qui correspondent aux pics de la FRF. Ces pics correspondent également aux pics du spectre de déformation. De la même façon, il est possible de créer les fonctions de transfert entre un point d'impact et un point de mesure pour la plaque circulaire (**Figure II.8**). Sur la figure suivante (**Figure II.9**), nous avons utilisé l'impact au centre de la plaque et la déformation enregistrée sur la Jauge J2.

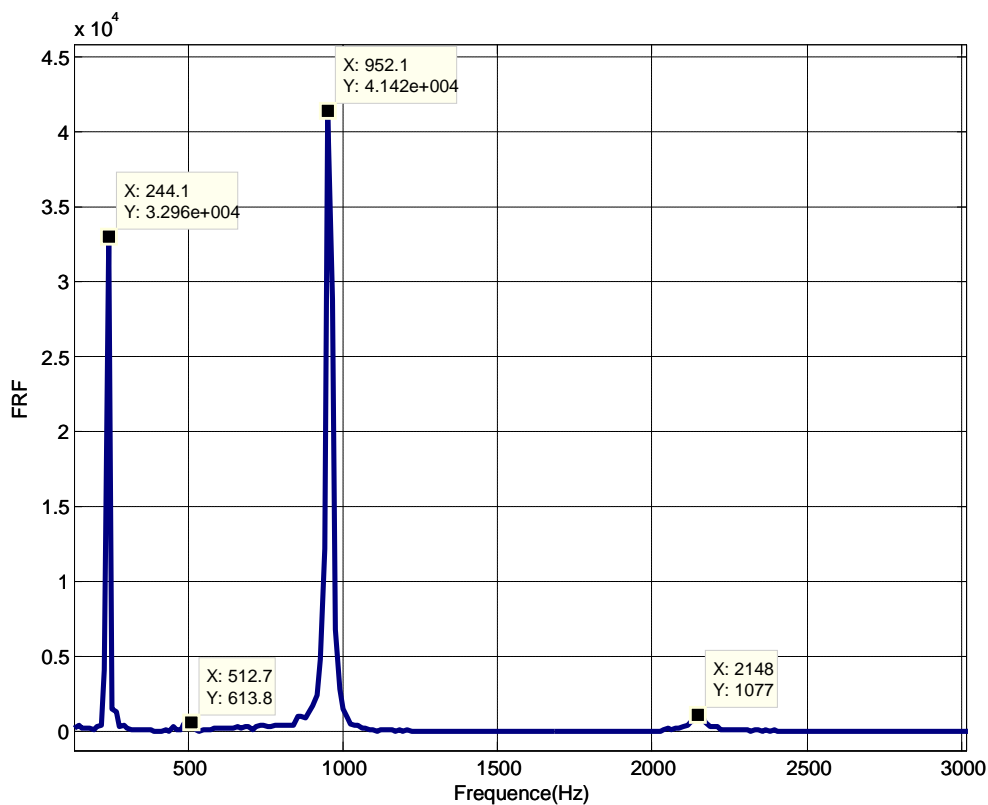


Figure II.9 : FRF impact au centre de la plaque et déformation J2

Dans le tableau suivant nous résumons les trois premiers modes obtenus pour la plaque :

Modes	Fréquence (Hz)
1	244,1
2	952,1
3	2136

Tableau II.2 : Modes propres de la plaque

On peut aussi vérifier l'exactitude des fonctions de transfert obtenues, en calculant la déformation à partir de la fonction de transfert et la force d'impact utilisée, ce qui revient au problème direct. On peut aussi les vérifier en appliquant l'approche d'identification de l'effort pour reconstruire la même force d'impact utilisée pour le calcul de la FRF.

On prend par exemple un effort d'impact appliqué au point Pt1 sur la plaque et une déformation enregistrée sur la jauge J2. De la même manière, nous calculons la fonction de transfert en utilisant la force d'impact et la déformation enregistrée.

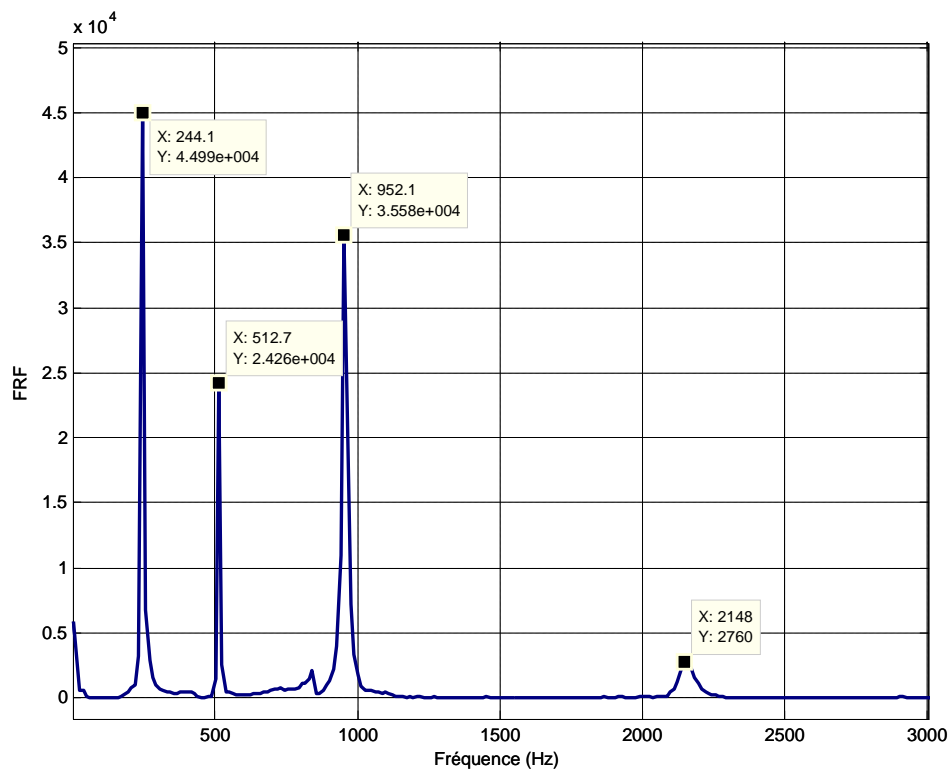


Figure II.10 : FRF impact Pt1 de la plaque et déformation J2

Pour la même structure étudiée, nous avons vu apparaître un nouveau mode de vibration (512,7 Hz), cela est dû au fait qu'un des nœuds de ce mode coïncidait avec le centre de la plaque. Ainsi lorsque l'impact est effectué au centre de la plaque, ce mode ne peut pas être activé. Pour remonter au problème direct, nous avons calculé la déformation à partir de la fonction de transfert calculée et une force d'impact appliquée au même point d'impact. Après comparaison de la déformation obtenue avec celle mesurée, nous remarquons une petite différence de reconstruction. Cela est du vraisemblablement au fait de la difficulté de reproduire des impacts au même point d'application de l'impact de référence.

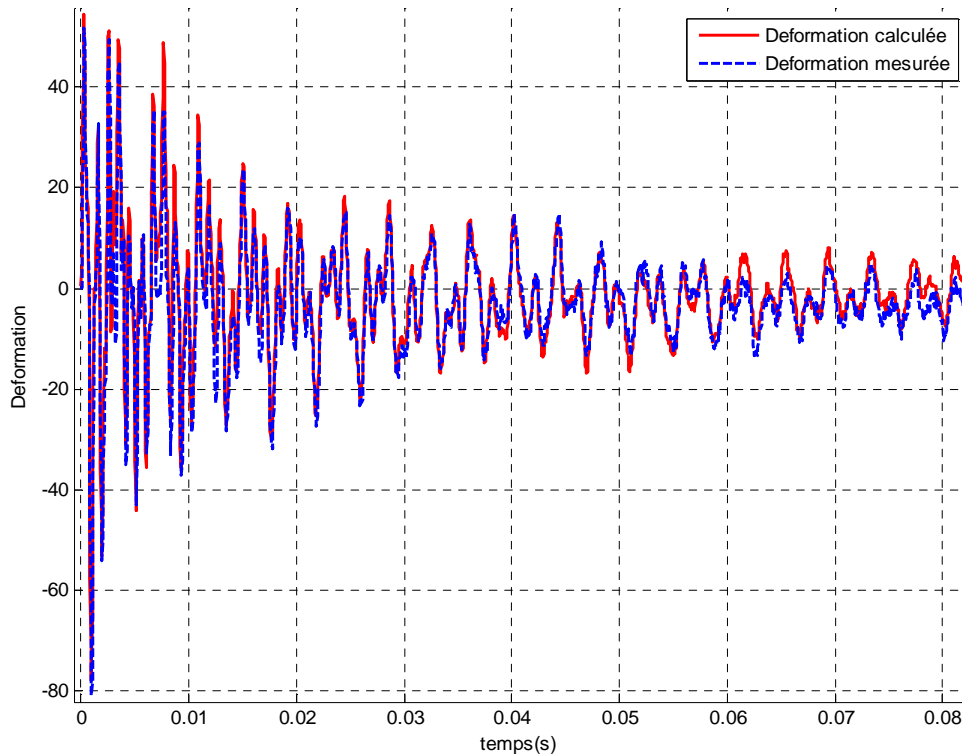


Figure II.11 : validation de la fonction de transfert – problème direct

II.2.3.2. Reconstruction de l'effort

Une fois la matrice de transfert créée, nous pouvons reconstruire l'effort avec et sans régularisation, en prenant en compte d'autres facteurs qui peuvent influencer la qualité de reconstruction tels la méthode de régularisation et de détermination du paramètre de régularisation utilisée, la longueur des signaux (nombre de points pris en compte lors du calcul), traitement préalable des signaux (filtrage et mise à zéro), la disposition des jauges,...

a. Nécessité de régularisation

Afin de comprendre la notion de régularisation en vue de reconstruire un effort d'impact, nous avons utilisé un essai d'impact au centre de la plaque avec un enregistrement de la déformation sur la jauge J1. En premier lieu, nous avons utilisé directement la fonction de transfert et la déformation enregistrée pour reconstruire l'effort sans régularisation.

Nous utilisons la fonction de réponse en fréquence créée pour un couple (point de mesure (i), point d'impact (j)) pour construire la matrice H en temporel. Nous obtenons un vecteur dans le domaine fréquentiel sur lequel nous appliquons une transformée de Fourier inverse (ifft), cela nous donne un vecteur avec les éléments $H(\Delta t), H(2\Delta t), \dots, H(n\Delta t)$. Il nous reste qu'à construire la matrice H qui est une matrice triangulaire inférieure.

$$[H_{ij}] = \begin{pmatrix} H_{ij}(\Delta t) & 0 & & 0 \\ H_{ij}(2\Delta t) & H_{ij}(\Delta t) & \ddots & \\ H_{ij}(3\Delta t) & H_{ij}(2\Delta t) & \ddots & \ddots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ H_{ij}(n\Delta t) & H_{ij}((n-1)\Delta t) & \dots & \dots & H_{ij}(\Delta t) \end{pmatrix} \Delta t \dots (\text{II.1})$$

En conservant le même point d'impact et d'enregistrement, il est alors possible de reconstruire, pour une nouvelle acquisition de déformation, l'effort qui en est à l'origine. La résolution du système peut se faire par une simple inversion de la matrice.

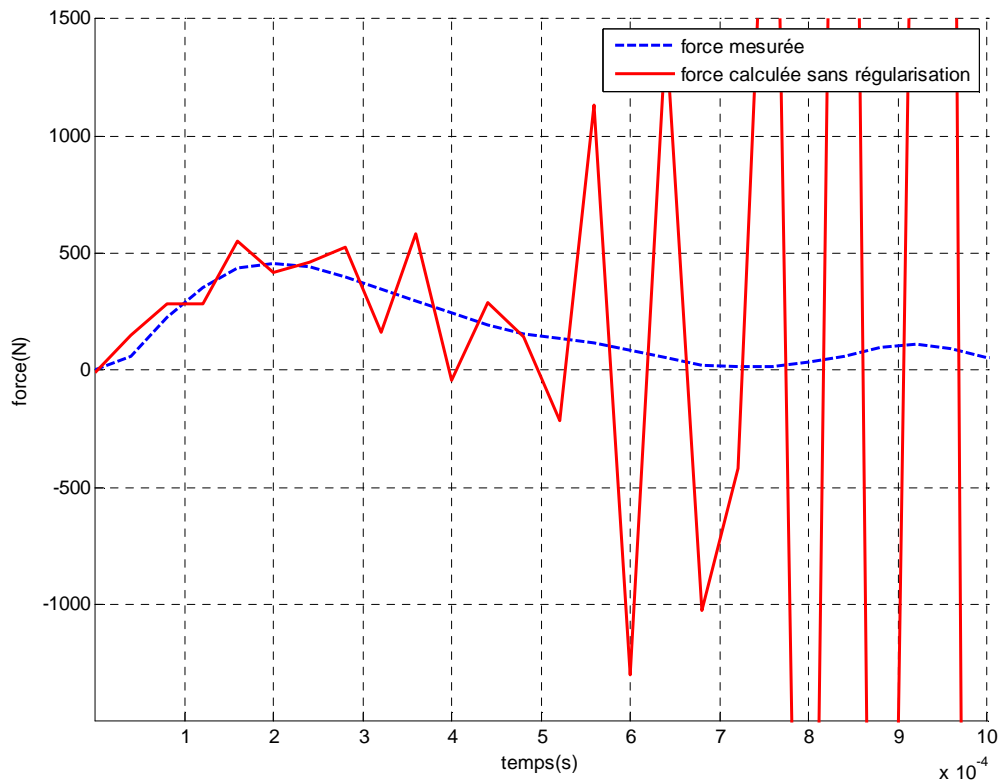


Figure II.12 : impact au centre de la plaque mesurée et calculée sans régularisation - J1

La **Figure II.12** représente la force reconstruite sans régularisation après impact au centre de la plaque et enregistrement de la déformation sur la jauge J1. Nous remarquons que dans ce cas, la reconstruction de l'effort ne donne pas une solution stable, l'effort reconstruit est perturbé et diverge rapidement.

Analysons le problème en utilisant la décomposition en valeurs singulières de la matrice H . Une représentation graphique de celle-ci nous montre un saut très important entre la plus petite et la plus grande valeur singulière : les plus grandes valeurs comprises entre 0,10 et 0,83 tandis que les petites valeurs sont comprises entre $2,78 \cdot 10^{-13}$ et $1,16 \cdot 10^{-10}$. Ces valeurs conduisent à un battement de la solution comme nous l'avons trouvé dans la partie bibliographique. La chute brutale des valeurs singulières a un lien avec l'antirésonance de la fonction de transfert **[BEN 01]**.

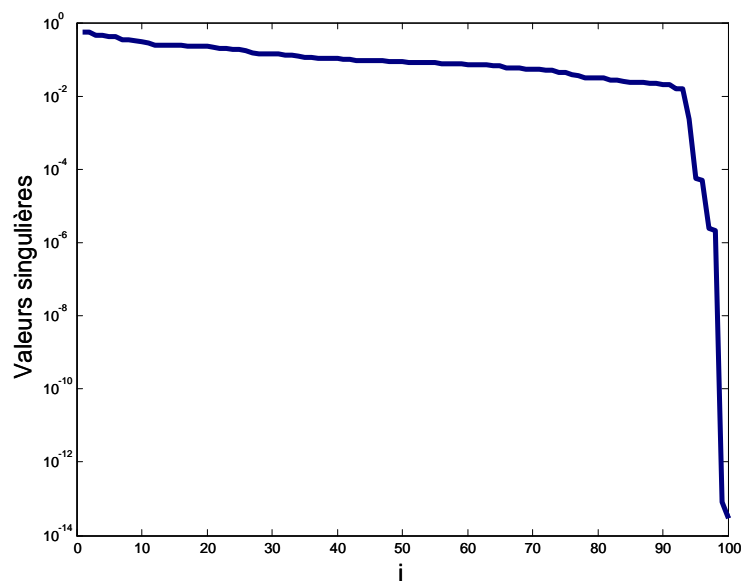


Figure II.13 : Valeurs singulières de H pour un impact au centre de la plaque - Jauge J1

Afin de stabiliser la solution trouvée, nous allons régulariser la solution. En utilisant la matrice de transfert calculée et la déformation enregistrée sur la jauge J1, et en appliquant méthode L-curve nous obtenons le paramètre de régularisation optimal.

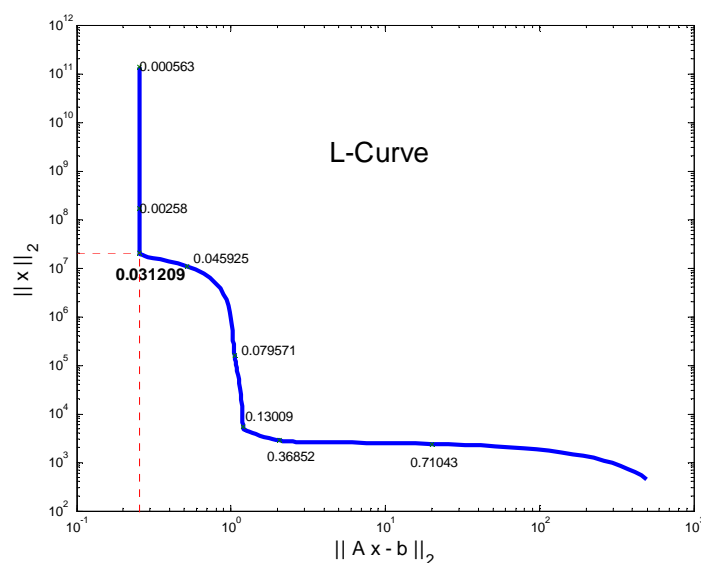


Figure II.14 : L-Curve pour un impact au centre de la dalle – Jauge J1

Nous appliquons la méthode de Tikhonov pour reconstruire la force d'impact en utilisant le paramètre de régularisation calculé et la déformation enregistrée.

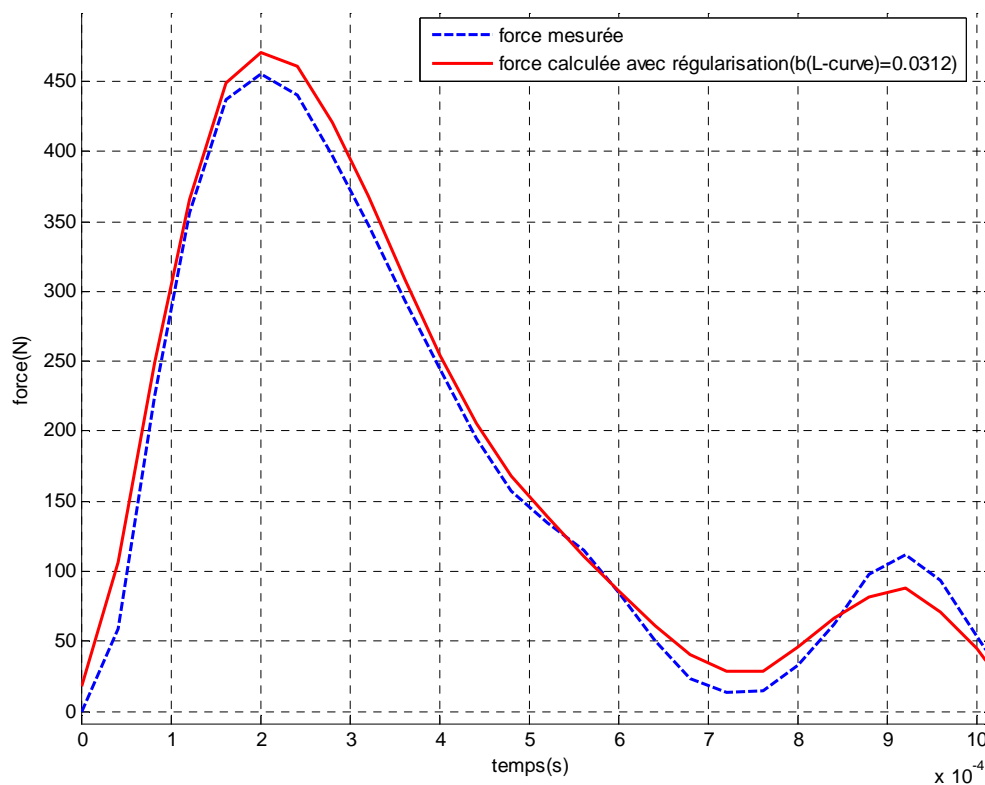


Figure II. 15 : Force d'impact mesurée et calculée avec régularisation correct pour un impact au centre de la plaque – Jauge J1

Sur cette figure (**Figure II.15**) nous pouvons observer l'apport de la régularisation qui permet un lissage des perturbations et conduit à une solution proche de celle enregistrée. Dans la majorité des cas, la régularisation du problème nous permet d'obtenir une solution stable et proche de la solution exacte, mais dans certains cas particuliers, la solution est satisfaisante sans régularisation.

Cela est dû surtout à la position de la jauge et à sa distance du point d'impact. La figure II.16 représente la force obtenue sans régularisation pour un impact appliqué au point Pt1 sur la dalle et une déformation enregistrée sur la jauge J3. Nous remarquons que cette force est stable et proche de la force mesurée.

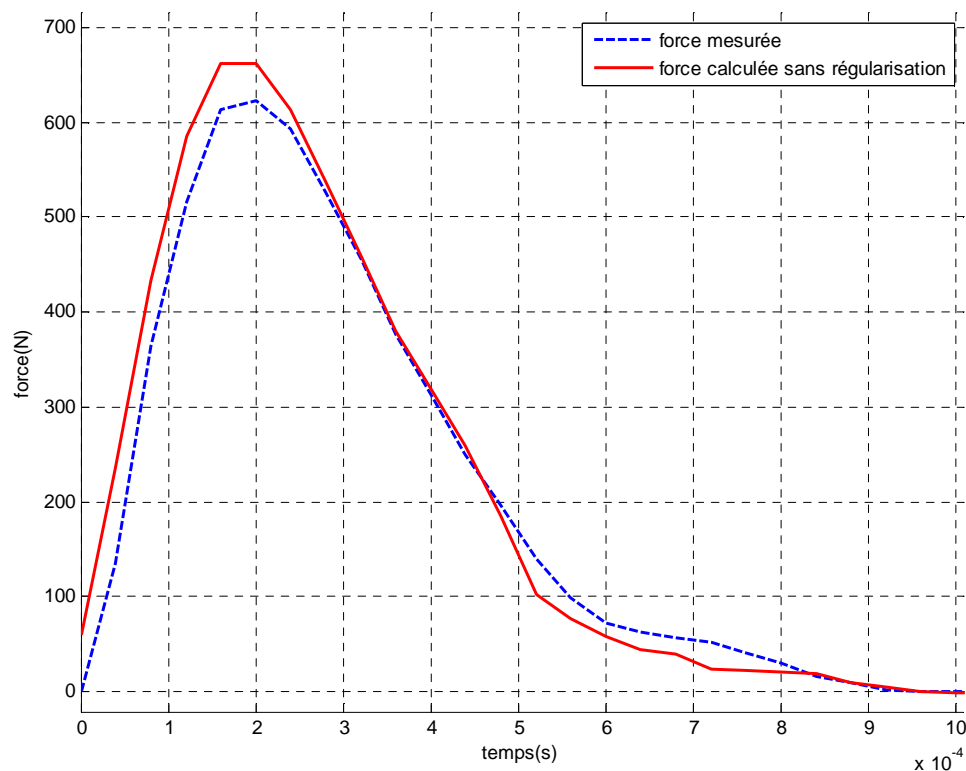


Figure II.16 : reconstruction de l'effort sans régularisation pour un impact au point Pt1 de la plaque – J3

Pour comprendre la possibilité de reconstruire un effort sans régularisation, nous allons tracer les valeurs singulières de la matrice H . Nous remarquons que les valeurs singulières décroissent progressivement et continuellement sans saut brusque.

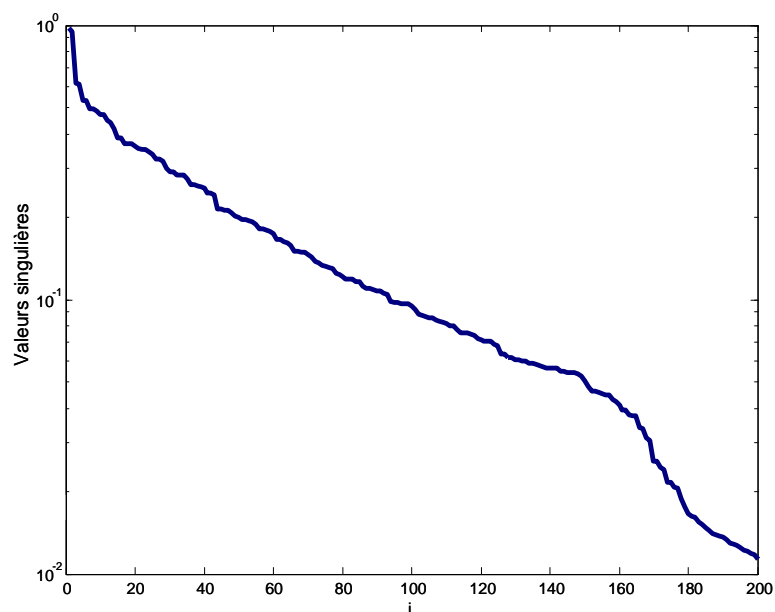


Figure II.17: Valeurs singulières de H pour un impact au point Pt1 - Jauge J3

b. Traitement du signal avant reconstruction

Avant d'étudier les autres facteurs influant sur la reconstruction de l'effort, nous nous sommes posés la question de la nécessité de traiter les signaux enregistrés et l'influence de ce traitement sur la qualité de la solution. En effet, le signal enregistré que ce soit la force d'impact ou la déformation est généralement très entaché de bruit. De plus le signal d'entrée et de sortie sont décalés dans le temps (décalage dû au temps de propagation des ondes). Une procédure de traitement des signaux a été mise en place afin de faire des traitements identiques quels que soient les signaux entrée ou sortie analysés. Nous avons commencé par lisser les signaux à l'aide d'une moyenne glissante. Le paramètre sur lequel nous pouvions jouer correspond au nombre de points pris en compte dans la moyenne. Nous avons effectué un décalage sur l'axe temporel pour avoir des signaux qui débutent à zéro par rapport à l'axe des abscisses. La démarche suivante a été retenue pour faire le recalage temporel :

- démarrer les signaux avant le premier point non nul et ramener la partie négative à zéro avant la montée du signal,
- prendre un nombre de points suffisant ($2^n=1024, 2048, \dots$) pour le calcul de la fonction de Fourier rapide (FFT) (théorème de Shannon [JER 77]) et compléter le signal par des zéros si nécessaire,
- tracer le module de la FRF pour vérification des modes,
- pour le calcul de la matrice H, ne pas prendre tous les points, plus la matrice est grande, plus le problème est mal conditionné.

Pour illustrer ces propos, nous avons utilisé l'impact appliqué au point Pt1 de la plaque et les déformations enregistrées sur la jauge J2.

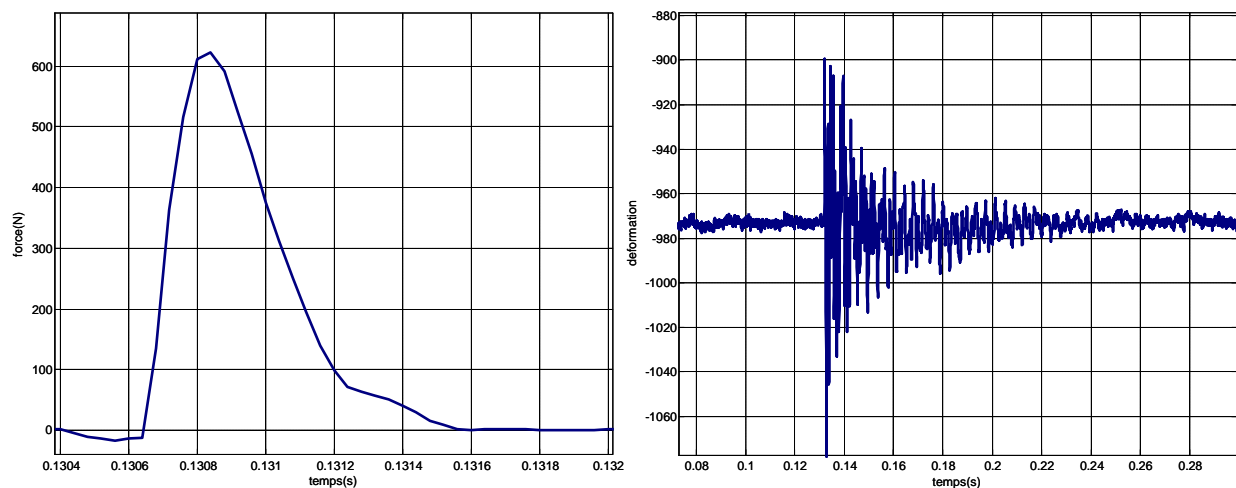


Figure II.18 : signaux non traités pour un impact au point Pt1 de la plaque – J2

La figure II.18 représente l'enregistrement de la force et de la déformation sans traitement. Nous pouvons remarquer le décalage par rapport à l'axe des ordonnées de la jauge et les perturbations enregistrées avant impact. Après lissage par moyenne glissante sur un nombre de points de 100 et réglage du début des signaux, nous obtenons :

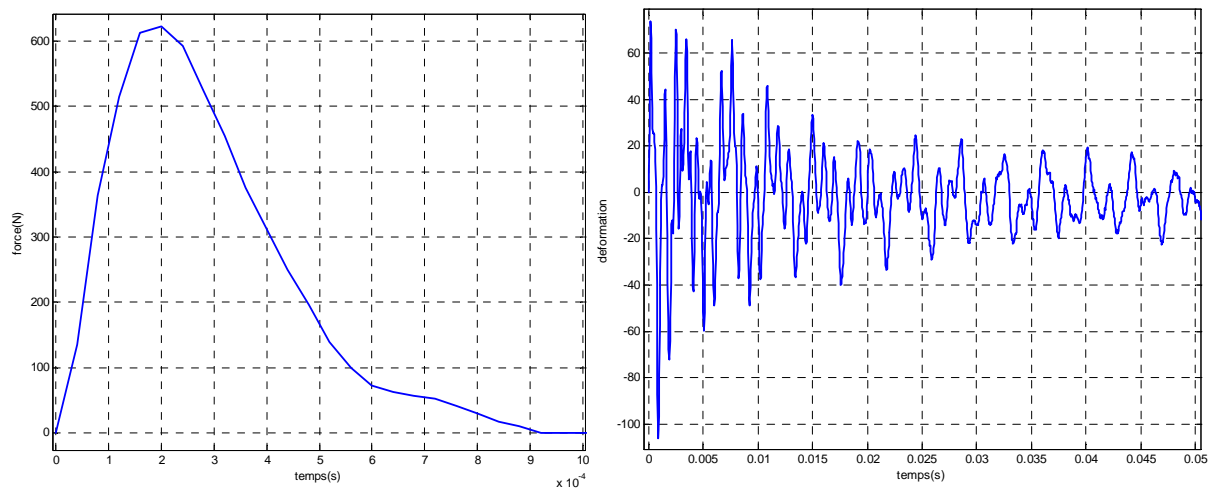


Figure II.19: signaux après traitement pour un impact au point Pt1 de la plaque – J2

La force d'impact obtenue avec des signaux non traités est très éloignée de la force réelle, tandis que celle obtenue avec des signaux traités est très proche.

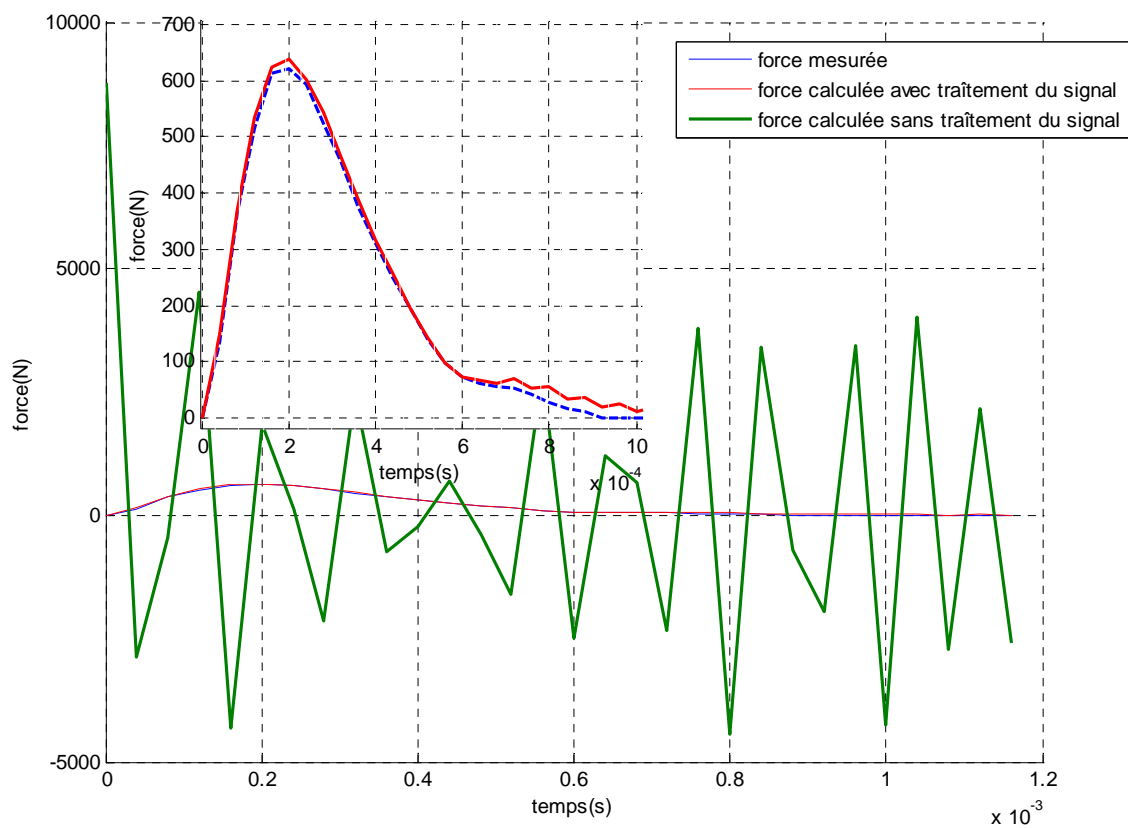


Figure II.20 : reconstruction de l'effort avec et sans traitement préalable des signaux pour un impact au point Pt1 de la plaque – J2

c. Paramètre de régularisation optimale

Pour montrer la nécessité d'avoir un paramètre optimal de régularisation, nous avons comparé une solution exacte et une solution régularisée pour trois valeurs de β , qui correspondent à une sous-régularisation (lissage trop faible), une régularisation correcte et une sur-régularisation (lissage trop important). Pour le cas précédent (Impact au centre de la plaque et déformation enregistrée sur la jauge J2), nous avons reconstruit l'effort avec une sous régularisation ($\beta=0,02$), avec une régularisation optimale ($\beta=0,0313$), et avec une sur régularisation ($\beta=0,04$). La différence entre les solutions trouvées est très importante, et la solution obtenue avec le paramètre de régularisation optimal est la plus proche de la solution. Le choix du paramètre de régularisation β correspond à la recherche d'un compromis entre la stabilité et la vraisemblance de la solution obtenue, la méthode L-Curve nous a permis de nous rapprocher de sa valeur optimale pour satisfaire ce compromis.

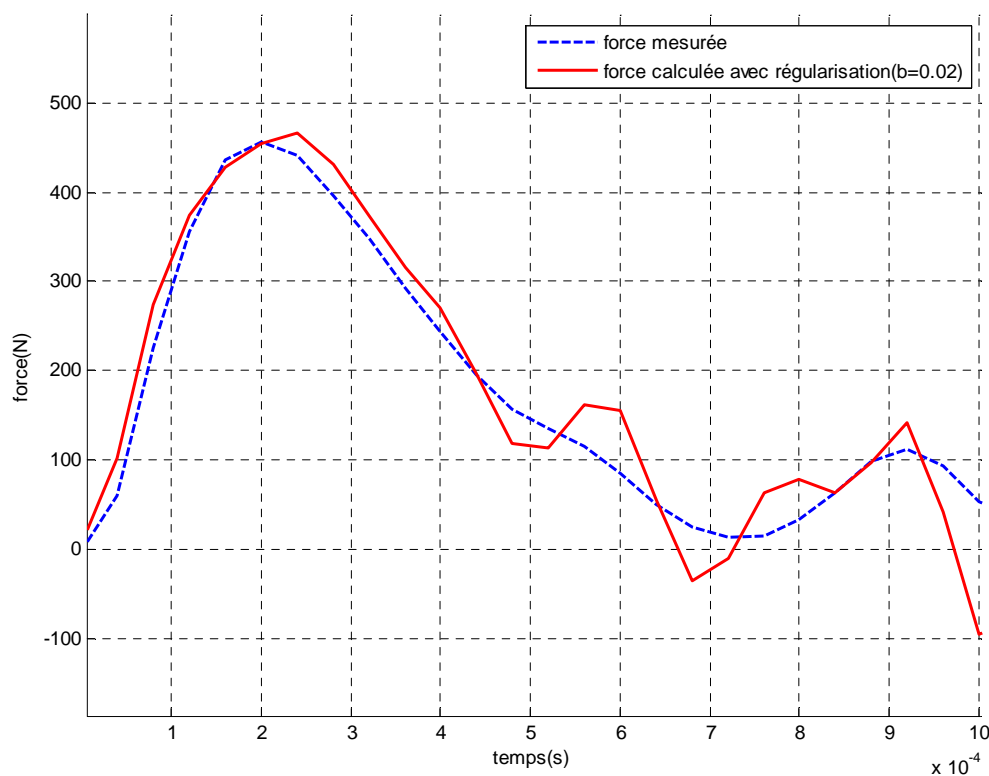


Figure II.21 : force d'impact mesurée et calculée avec sous-régularisation pour un impact au centre de la plaque – Jauge J1

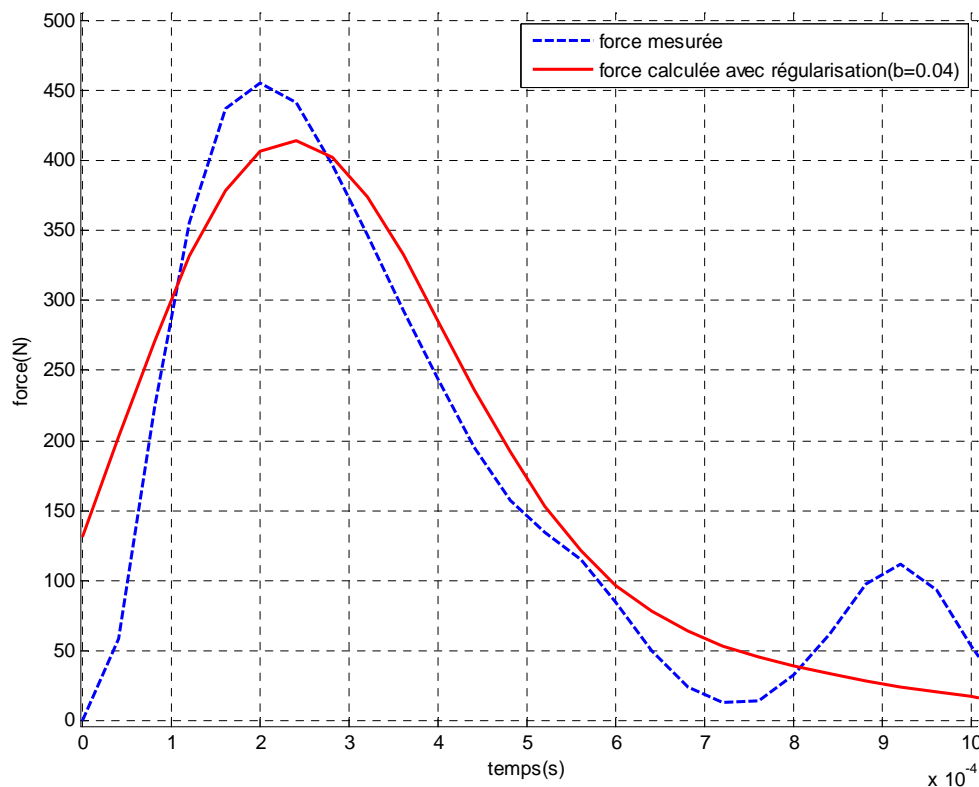


Figure II.22 : force d'impact mesurée et calculée avec sur-régularisation pour un impact au centre de la plaque – Jauge J1

d. Méthode de détermination du paramètre de régularisation

Le choix de la méthode de régularisation et de la méthode de détermination du paramètre de régularisation est très important pour la qualité de reconstruction de l'effort. Dans notre cas, nous avons opté pour une méthode de régularisation de type Tikhonov avec détermination du paramètre de régularisation soit par la méthode graphique L-Curve, soit par la méthode GCV. Nous avons appliqué les deux méthodes sur un impact sur la plaque circulaire au point Pt1 et une déformation mesurée sur la jauge J2.

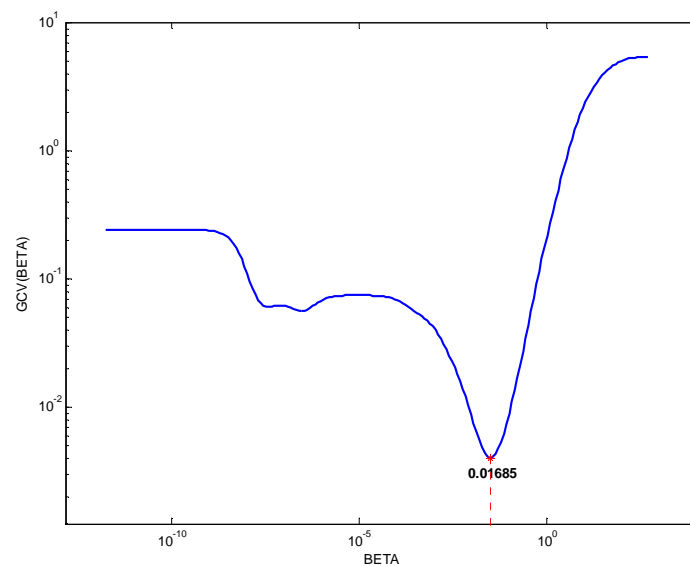


Figure II.23 : GCV- impact au point Pt1 de la plaque – J2

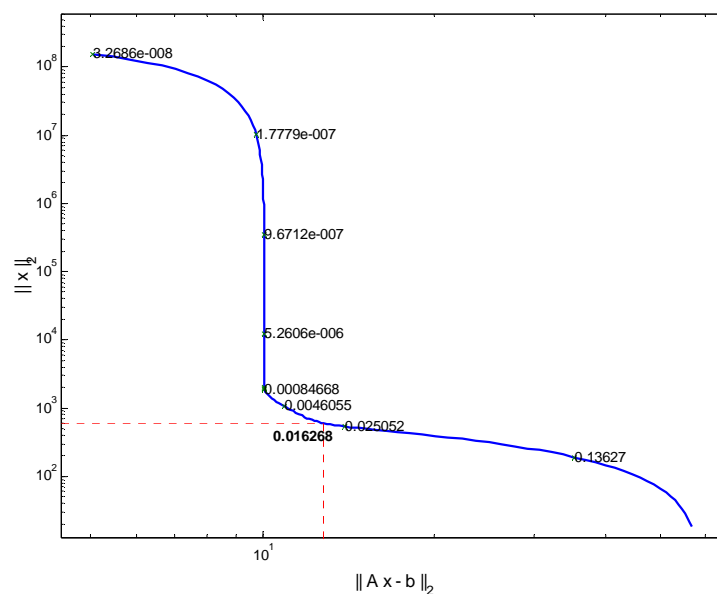


Figure II.24 : L-Curve - impact au point Pt1 de la plaque – J2

Les méthodes donnent deux valeurs de β très proche (0,01685 pour la GCV et 0,016268 pour L-Curve), mais comme nous l'avons vu précédemment, une petite variation de la valeur β peut entraîner une grande perturbation sur le signal reconstruit. Dans notre cas la valeur GCV nous a permis d'obtenir un effort légèrement mieux que celui construit avec la L-Curve, mais ce n'est pas toujours vrai.

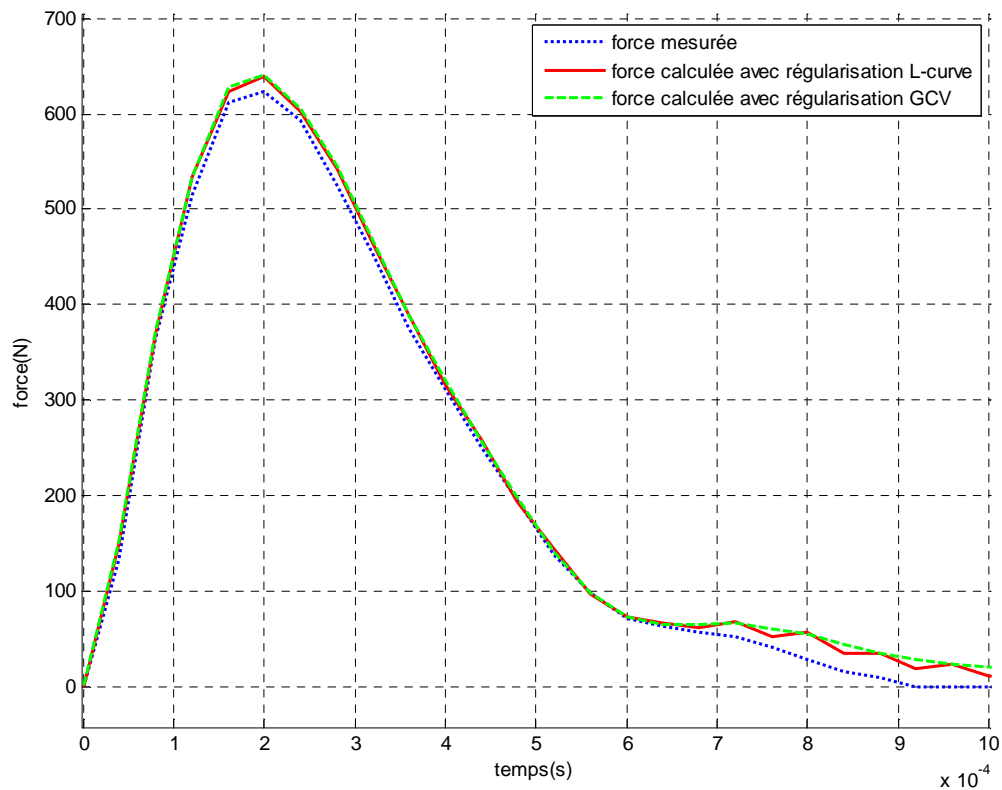


Figure II.25 : comparaison des efforts reconstruits en utilisant L-Curve et GCV

e. Reconstruction à partir de plusieurs capteurs

L'utilisation de plusieurs capteurs pour identifier la force d'impact fournit des informations supplémentaires sur le problème, ce qui permet d'améliorer la régularisation et ainsi obtenir une solution plus stable et plus proche de la solution réelle.

Nous avons pris par exemple un impact au centre de la plaque et les déformations enregistrées sur les quatre jauges.

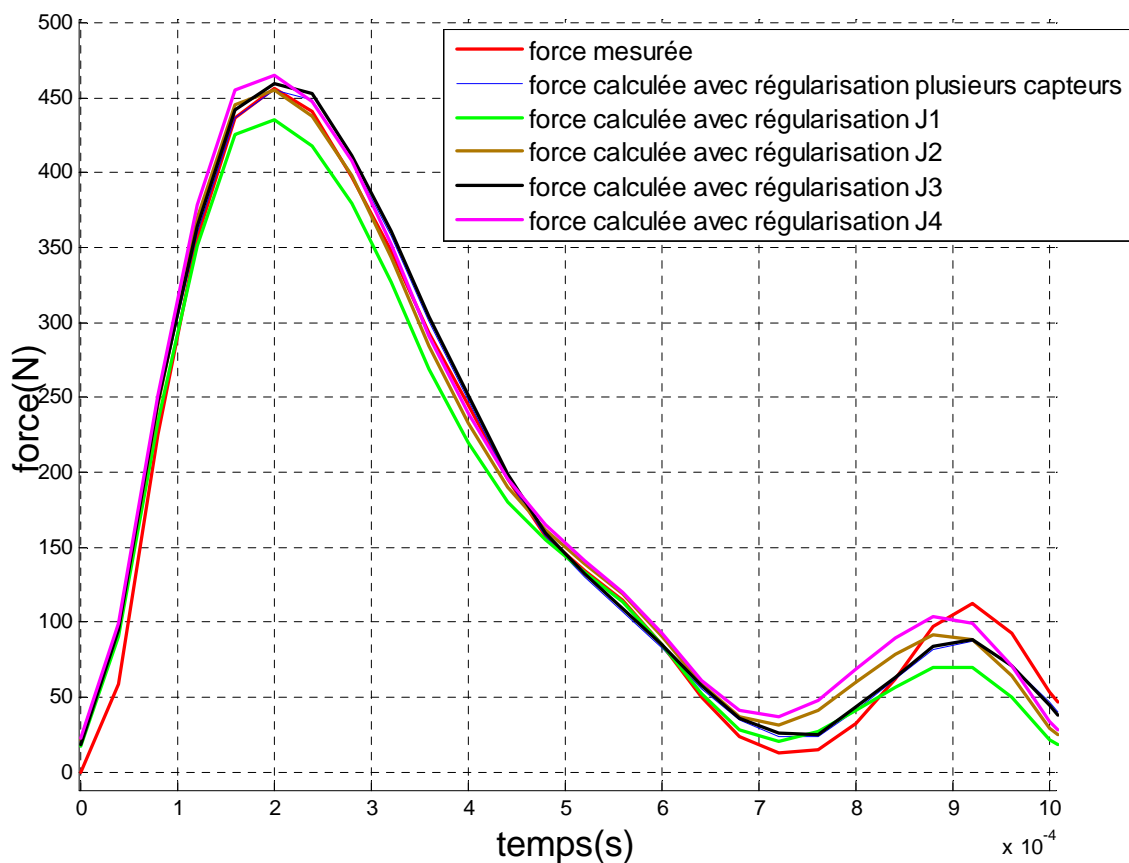


Figure II.26 : reconstruction de l'effort à partir de plusieurs capteurs

Le résultat obtenu montre que même s'il est possible de reconstruire l'effort à partir de l'enregistrement d'une seule jauge, la qualité de reconstruction varie beaucoup selon sa position, son orientation, et la distance qui la sépare de la source d'excitation (point d'impact). L'utilisation des signaux obtenus par plusieurs capteurs permet d'optimiser la solution, du fait que cela apporte de nouvelles informations sur le problème.

Les résultats d'identification des efforts d'impacts sur la poutre et la plaque pour tous les points d'impact et points de mesure sont présentés dans les figures suivantes. En appliquant une régularisation, nous avons obtenu des solutions correctes et stables dans les cas que nous avons traités.

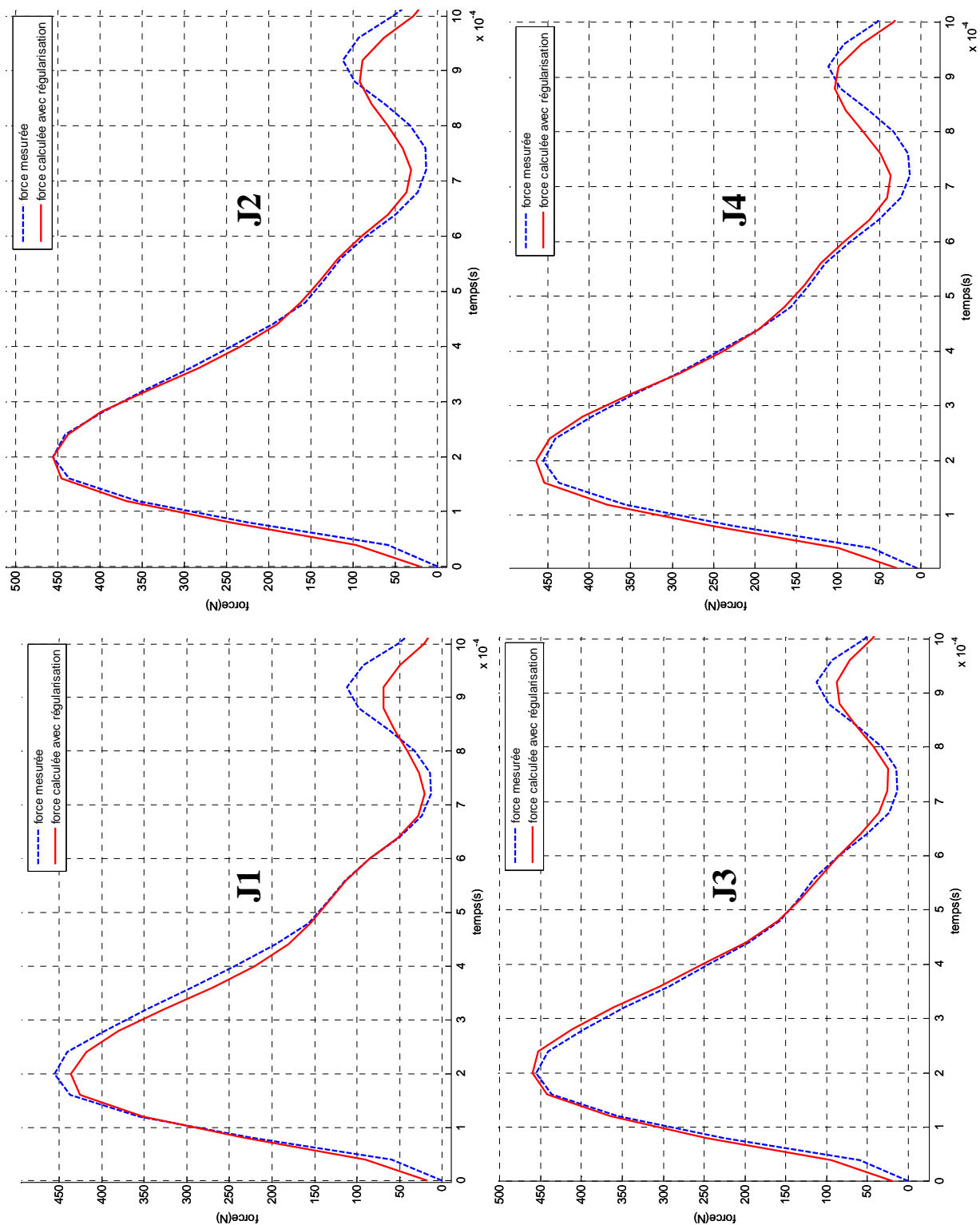


Figure II.27 : résultats d'identification d'un impact appliqué au centre de la plaque pour toutes les jauges

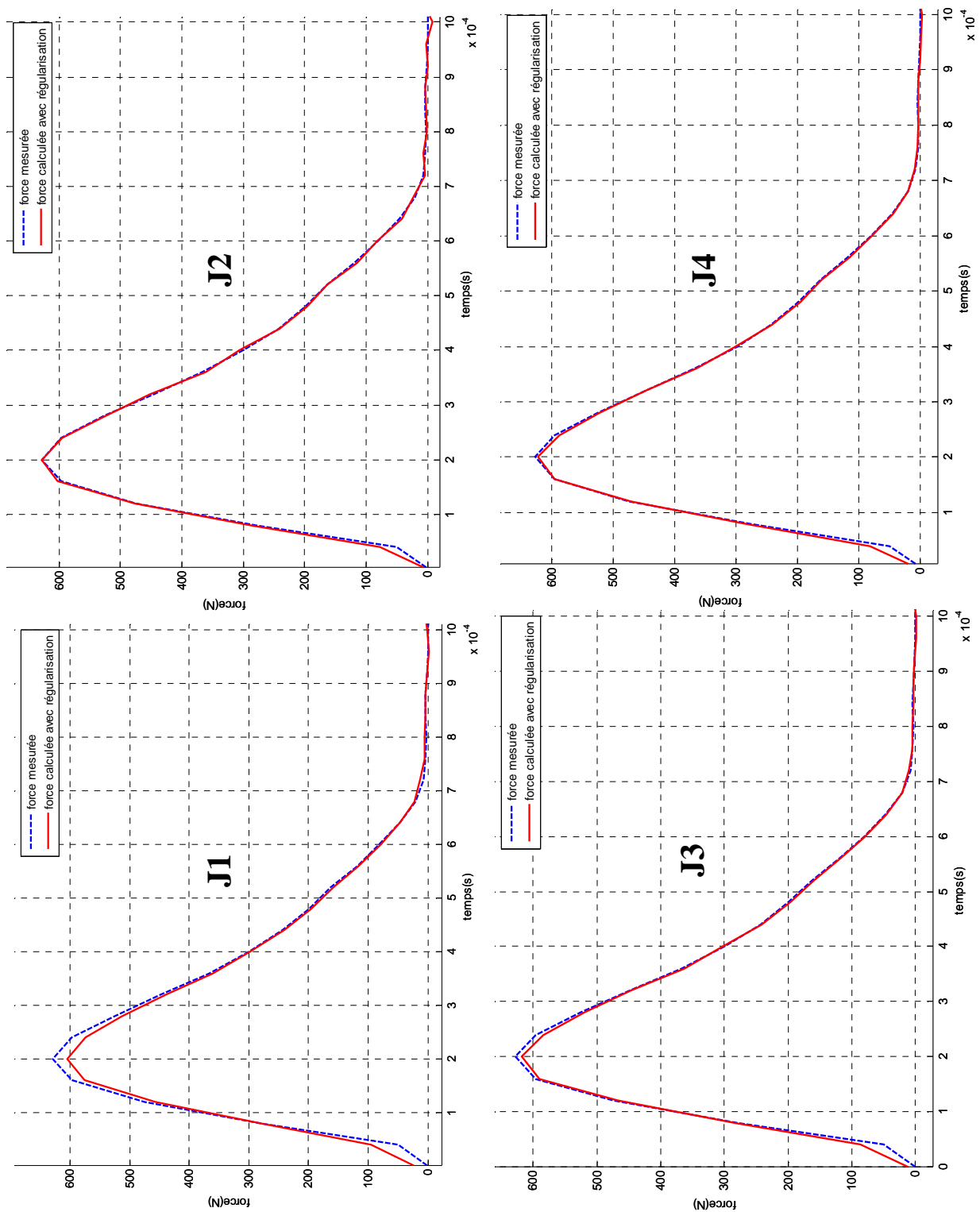


Figure II.28 : résultats d'identification d'un impact appliqué au point Pt2 de la plaque pour toutes les jauges

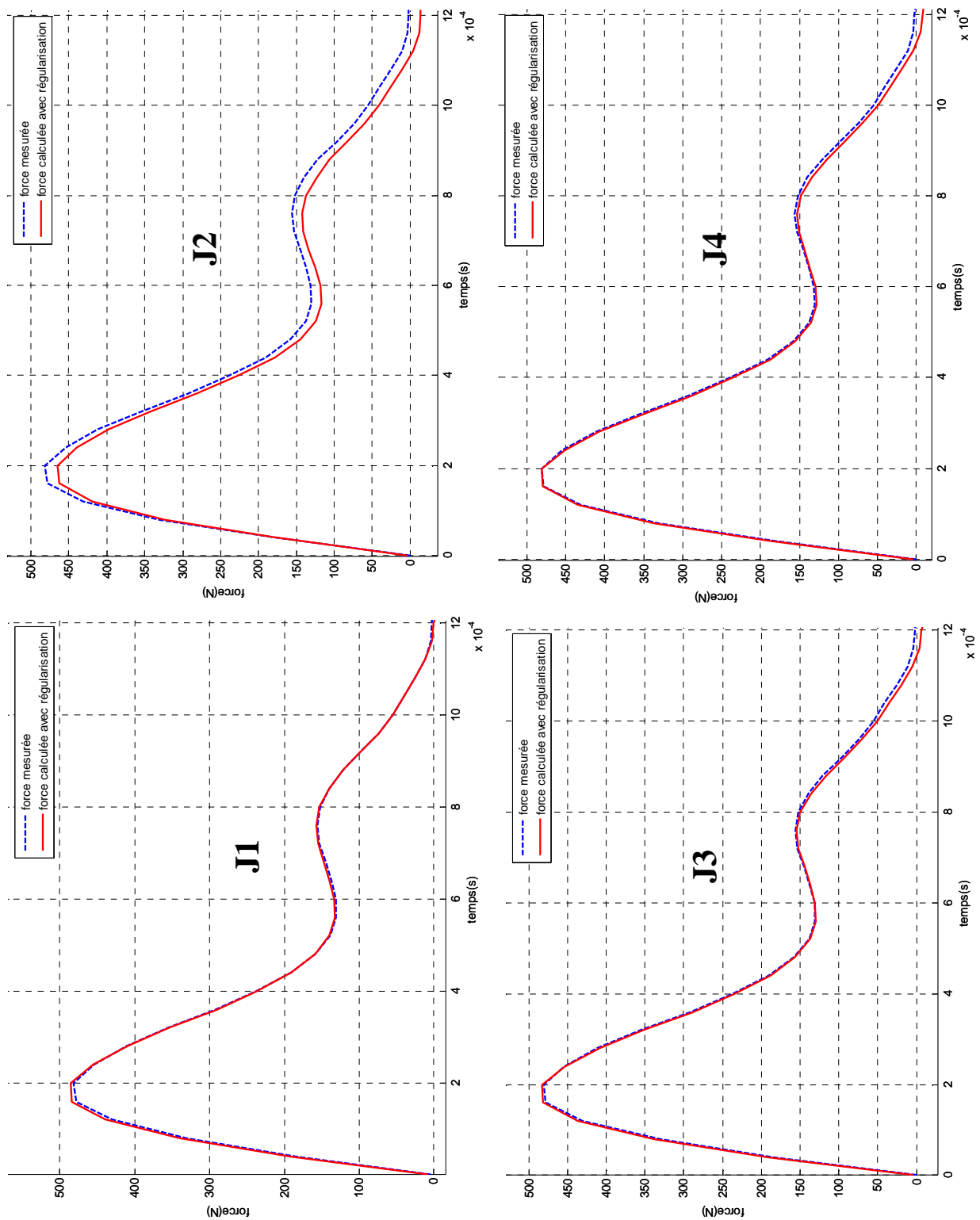


Figure II.29 : résultats d'identification d'un impact appliqué au point Pt3 de la plaque pour toutes les jauges

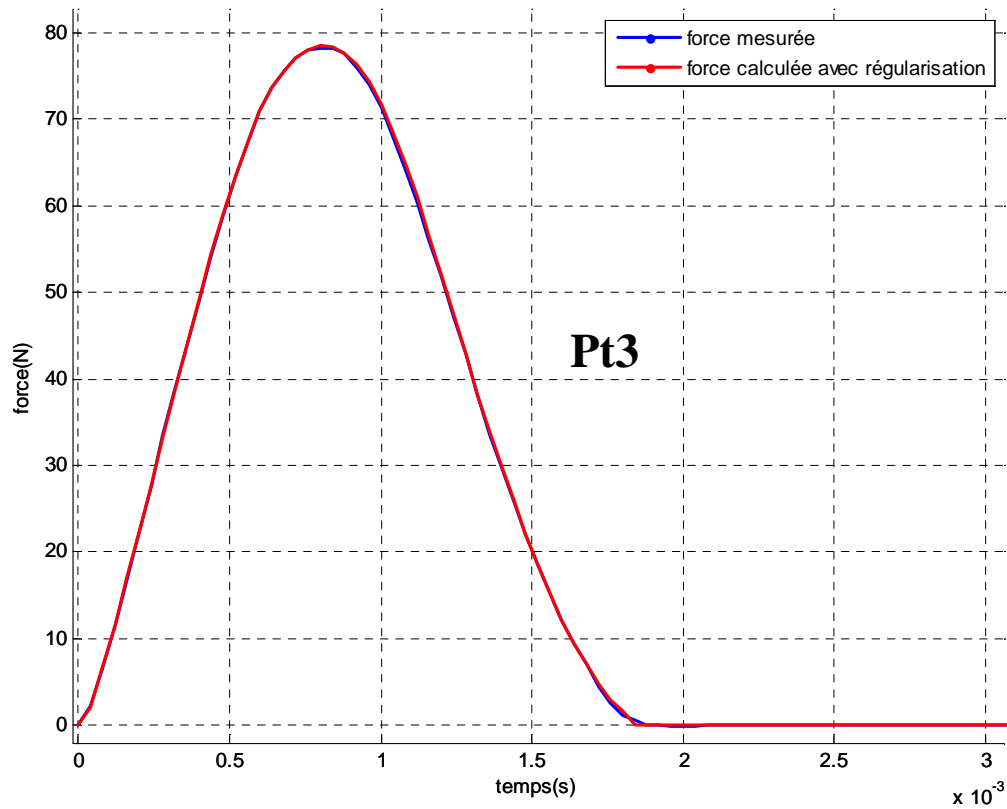
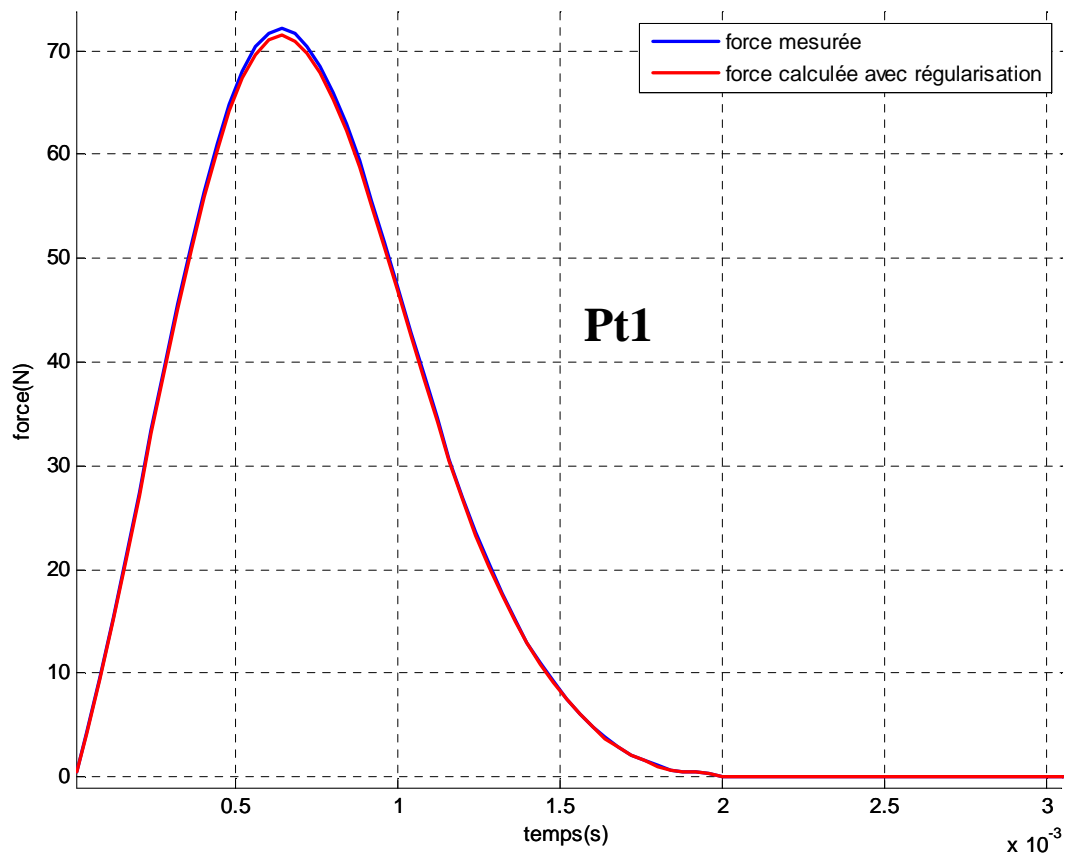


Figure II.30 : résultats d'identification d'impacts appliqués sur la poutre

II.3. Caractérisation des impacts

II.3.1. Approche

Nous rappelons que le but de notre travail est la caractérisation d'impacts sur une galerie de protection pare-blocs, l'utilisation d'un modèle analytique pour décrire la structure s'avère très difficile à mettre en place du fait de l'état initial de la galerie, des conditions aux limites du système, mais également des variations inhérentes à ce type de construction (géométrie, caractéristiques des matériaux,...). Pour ces raisons nous avons opté pour une approche expérimentale qui intègre les variabilités et les conditions aux limites du système.

La méthode qui s'avère la plus appropriée à notre problème est la méthode de HU [HU 05], car elle permet l'intégration de données expérimentales à la différence des deux autres.

En appliquant la technique d'identification des impacts à partir de plusieurs capteurs, nous obtenons la fonctionnelle suivante :

$$F = \min_{\{\tilde{f}\}} \sum_{i=1}^m \left\| \{\tilde{\epsilon}_i\} - [H_i] \{\tilde{f}\} \right\|^2 + \beta \|\tilde{f}\|^2 \quad \dots(\text{II.2})$$

$\{\tilde{\epsilon}_i\}$ est la déformation mesurée par le capteur i situé au point (x_{0i}, y_{0i}, z_{0i})

$[H_i]$ est la matrice de transfert reliant $\{\tilde{\epsilon}_i\}$ et $\{\tilde{f}\}$, β est le paramètre de régularisation.

Pour localiser l'impact, nous supposons que l'effort recherché est appliqué en un point sur la grille de la structure et nous le calculons à partir de la formule (II.2) et de la déformation mesurée $\{\tilde{\epsilon}_i\}$. Nous pouvons donc construire un vecteur d'erreur entre les déformations mesurées et estimées pour chaque point d'impact supposé :

$$E = \sum_{i=1}^m \frac{\left\| [H_i] \{\tilde{f}_e\} - \{\tilde{\epsilon}_i\} \right\|^2}{\|\{\tilde{\epsilon}_i\}\|^2} \quad \dots(\text{II.3})$$

La localisation du point d'impact est obtenue en minimisant la fonctionnelle E . Dans le processus de minimisation, la force $\{\tilde{f}_e\}$ est recalculée pour chaque point d'impact supposé à l'aide de l'équation (II.2). Une fois le point d'impact localisé, la force d'impact est reconstruite en utilisant les déformations enregistrées après impact en ce point, la matrice de transfert.

Afin d'appliquer la méthode dans notre cas, il nous faut discrétiser la structure qu'on souhaite étudier (poutre encastree libre et plaque encastree sur son contour). Chaque structure est équipée de capteurs qui nous permettent d'obtenir des réponses en différents points de mesure. En appliquant des impacts sur chaque point de la grille de la structure, nous pouvons obtenir plusieurs réponses et donc créer toutes les fonctions de transfert pour chaque couple point d'impact-point de mesure. La difficulté sera de traiter tous les signaux enregistrés (filtrage, début du signal,...) comme dans la partie précédente (identification). L'ensemble des données constitue le modèle expérimental de la structure, elles seront utilisées pour localiser et identifier l'impact.

Le processus de localisation et d'identification d'un impact en un point inconnu consiste à effectuer une mesure des réponses en plusieurs capteurs et faire un traitement de ces signaux. Nous supposons que notre impact est appliqué en chaque point du quadrillage et nous calculons la force d'impact estimée à partir de la formule (II.2) à l'aide des matrices de transfert calculées et des mesures enregistrées. Puisque nous avons un seul point d'impact exact, il y a toujours une erreur entre la mesure réelle et celle estimée. Nous calculons cette

erreur à l'aide de la formule (II.3) pour chaque point d'impact supposé. Le point du quadrillage où la valeur de E est minimale est le point d'impact.

Une fois le point d'impact localisé, nous utilisons les matrices de transfert calculées à partir de ce point pour calculer l'historique de la force d'impact à l'aide de la formule (II.2).

Afin de faciliter l'application de l'approche pour tout type de structure, nous avons automatisé le processus à l'aide du logiciel Matlab. Cette opération consiste à charger tous les fichiers de données (forces d'impact et réponses), à appliquer la démarche décrite précédemment et enfin à localiser et identifier cet effort.

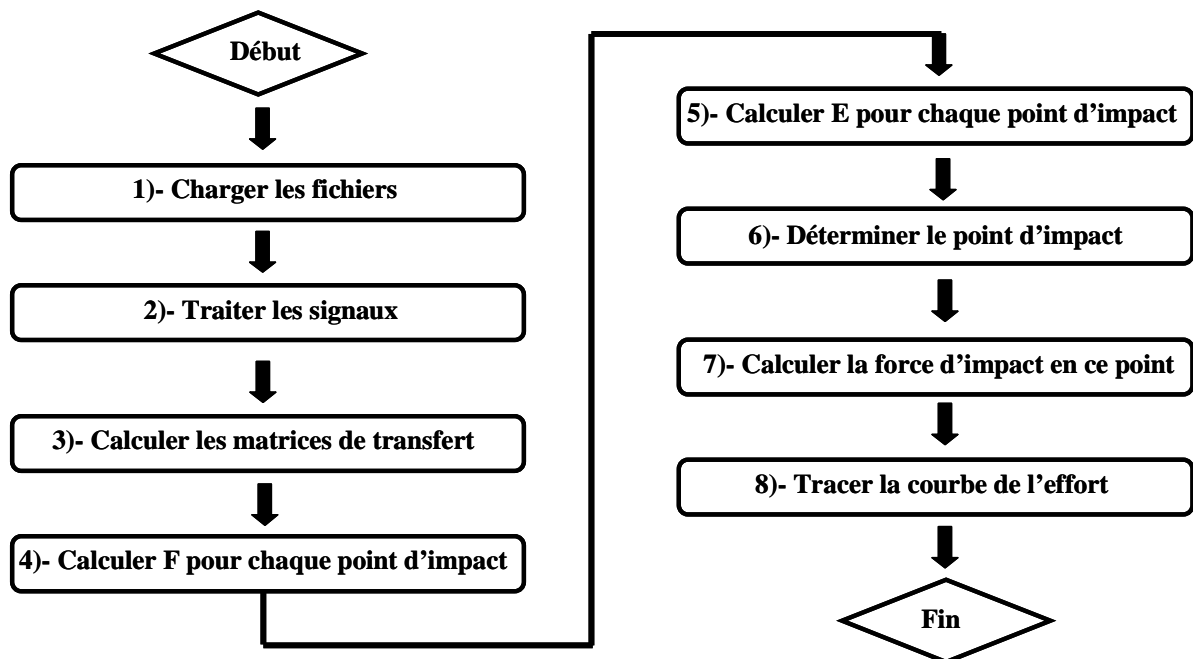


Figure II.31 : schéma descriptif de la méthode de résolution

II.3.2. Application de la méthode

Pour valider la démarche, nous l'avons appliqué sur des structures particulières : une poutre encastree libre et une plaque encastree sur son contour, équipées de jauges de déformations (au minimum trois pour la localisation sur la plaque [SAL 03], [KAW 03], [CHA 98], [ADA 06]) Nous avons créé un quadrillage sur les deux structures et nous avons appliqué des impacts sur tous les points de ce quadrillage.

L'enregistrement des déformations et des efforts nous permet de créer les fonctions de transfert qui seront enregistrées comme un historique vibratoire de la structure (étapes 1, 2 et 3). Nous avons appliqué l'impact à localiser et à identifier en un point de la structure étudiée et nous avons enregistré les déformations sur les différents capteurs.

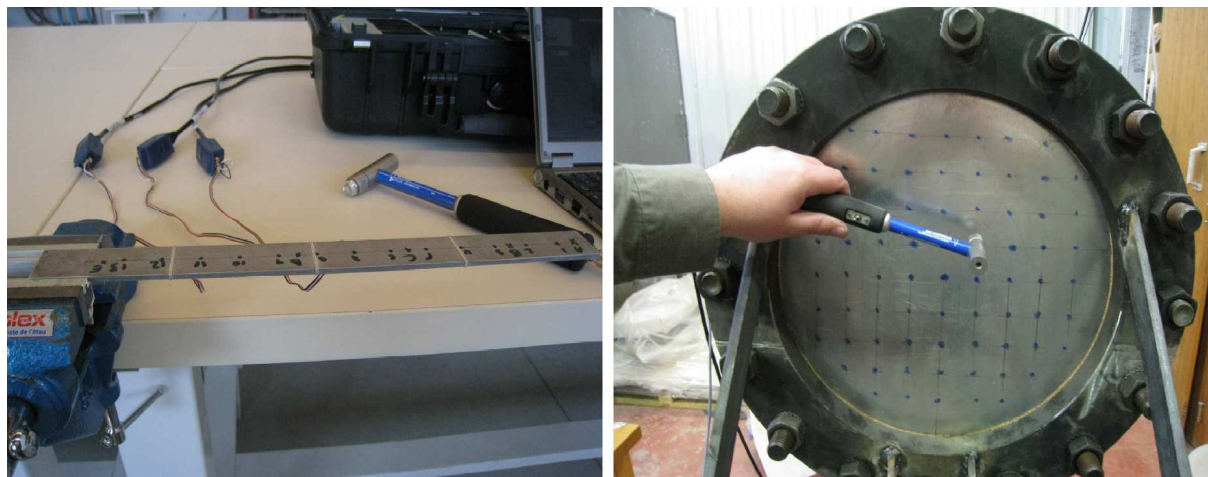


Figure II.32 : montage expérimentale pour caractériser les impacts sur une poutre et une plaque

Pour la plaque nous gardons les mêmes jauges de déformation utilisées pour l'identification. La grille pour les points d'impact est de 4 cm par côté, et passe par le centre de la plaque. Les points d'impacts hors grille sont résumés dans le tableau suivant (le centre de plaque est l'origine du repère) :

Point	X (cm)	Y (cm)
A	2	2
B	6,5	8
C	2	-6
D	-8	-2
E	-2	-10
F	-2	10
G	10	-6

Tableau III.3 : Position des points d'impact à caractériser sur la plaque

Pour la poutre, la distance entre chaque point d'impact est de 1,5 cm et les jauges sont disposées selon le tableau suivant :

Jauge	J1	J2	J3
Distance de l'encastrement (cm)	2,5	10	17,5

Tableau III.4 : Position des jauges sur la poutre – essai pour caractérisation d'impacts

II.3.3. Résultats

L'enregistrement des forces d'impact appliquées en différents points d'impact et la mesure des déformations en différents capteurs installés sur la structure à étudier nous permet d'obtenir les fonctions de transfert pour tous les couples point d'impact et point de mesure. Après traitement des signaux comme expliqué dans la partie précédente, nous pouvons utiliser ces données comme un historique vibratoire de la structure. Ensuite, il nous reste à les exploiter pour identifier et localiser un impact inconnu appliqué sur la structure. Pour illustrer l'exécution du processus de caractérisation des impacts, nous présentons les résultats à chaque étape sur un exemple.

II.3.3.1. Traitement des signaux

Ce traitement se fait sur toutes les combinaisons point d'impact et point de mesure possibles sur la structure. Après enregistrement de l'effort d'impact au point Pt35 de la grille de la plaque, et des déformations sur les quatre jauges de déformations, nous avons traité les signaux enregistrés comme expliqué dans la partie précédente.

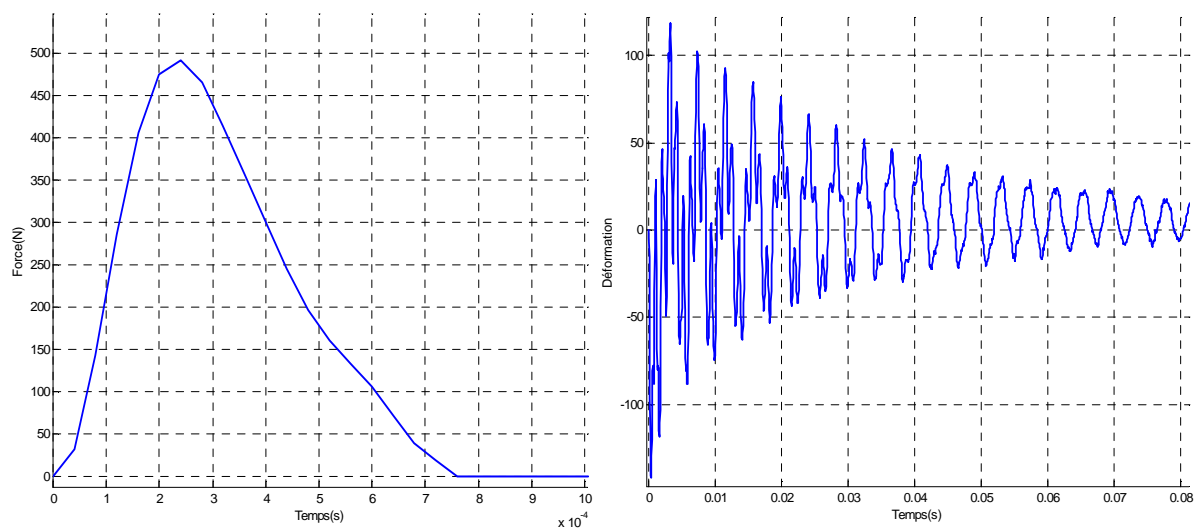


Figure II. 33 : signaux traités- effort au Pt35 et déformation en jauge J1

II.3.3.2. Création des fonctions de transfert

Après traitement des signaux, nous pouvons obtenir la fonction de transfert pour chaque couple point d'impact de la grille et point mesure qui correspond à la position des jauges. La figure suivante représente la fonction de transfert obtenue pour un impact appliqué sur la plaque au point Pt35 et une déformation enregistrée à la jauge J1.

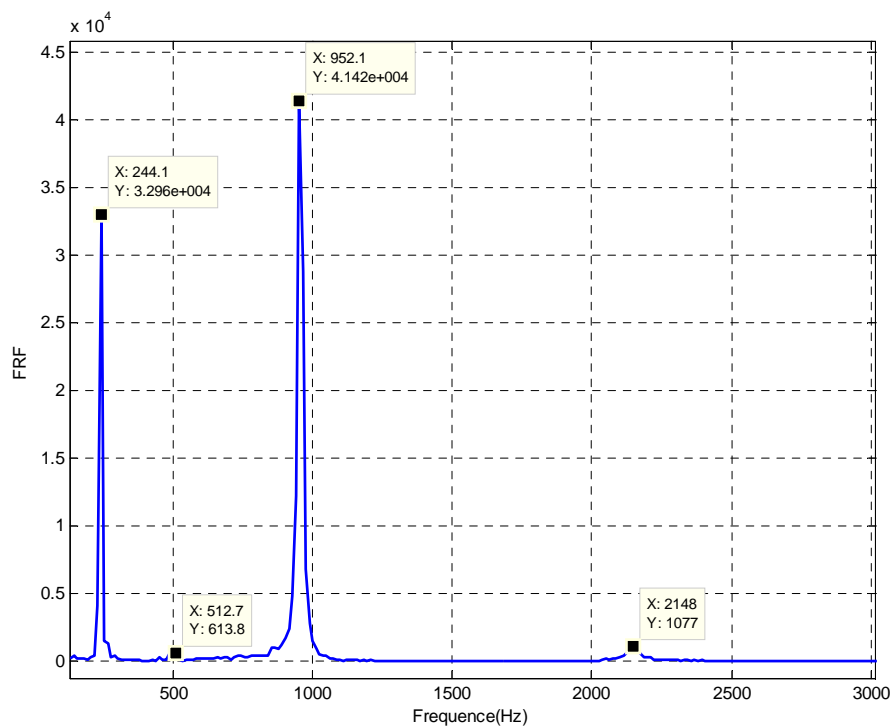


Figure II. 34 : fonction de transfert point d'impact Pt35 point de mesure J1

Afin de faciliter l'application du processus pour caractériser un impact inconnu, appliqué en un point inconnu, nous avons sauvegardé toutes les fonctions de transfert obtenues, cet enregistrement représente un historique vibratoire de la structure, ce qui nous éviterait de les calculer à chaque itération.

II.3.3.3. Reconstruction de l'effort

En appliquant la méthode de Tikhonov et en utilisant les réponses mesurées dues à l'effort inconnu à reconstruire, nous calculons cet effort en supposant à chaque fois qu'il est appliqué en un point de la grille de la structure. Nous utilisons la méthode L-Curve et la GCV pour calculer le paramètre de régularisation.

Sur la figure suivante (**Figure II.35**), nous avons tracé la courbe L-curve en utilisant l'impact au point Pt35 et la déformation enregistrée sur la jauge J1. Nous avons ainsi pu obtenir le paramètre de régularisation optimal $\beta=0,0086422$ pour ce couple.

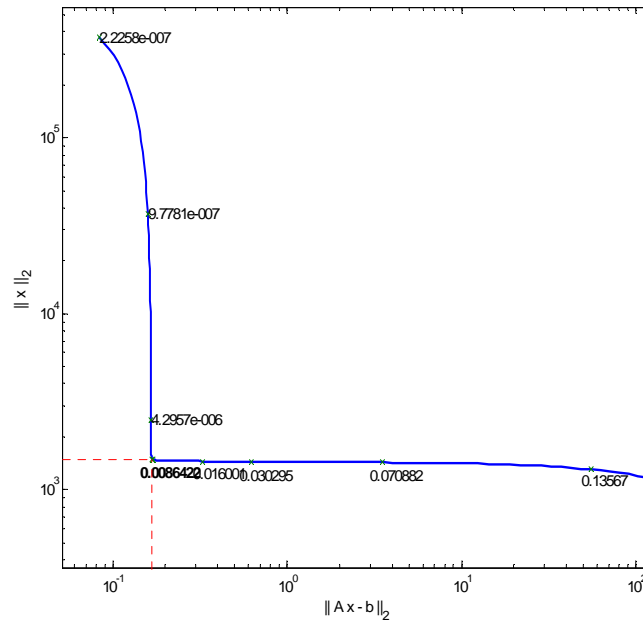


Figure II.35 : paramètre de régularisation (L-Curve)

Il est possible de vérifier la stabilité de la méthode en recalculant l'effort appliqué au point Pt1 à partir de la déformation mesurée sur la jauge J1 et les fonctions de transfert calculées précédemment. Sur la **Figure II.36**, nous pouvons comparer la force d'impact mesurée et celle calculée avec une régularisation de Tikhonov.

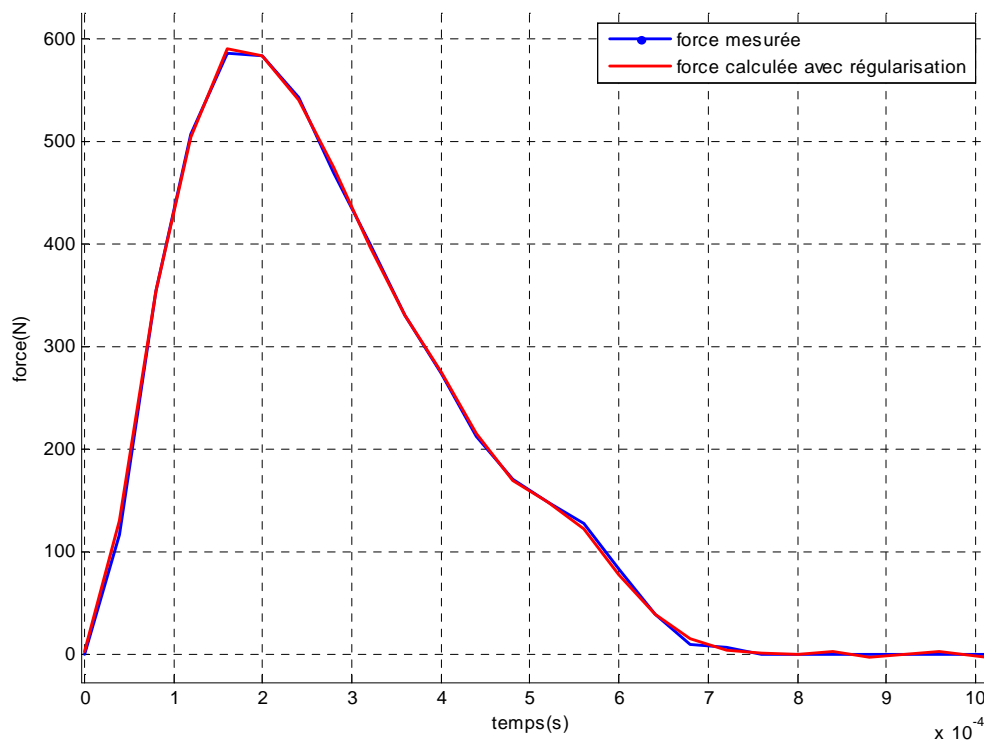


Figure II.36 : reconstruction de l'effort d'impact au point Pt35 (L-Curve)

Le résultat obtenu est très satisfaisant, ce qui nous permet donc de valider notre approche d'identification pour ce cas particulier.

Nous pouvons utiliser aussi la méthode GCV pour déterminer le paramètre de régularisation optimal. Dans ce cas, nous avons obtenu un paramètre de régularisation très proche de celui obtenu par la méthode L-Curve ($\beta=0,0081119$)

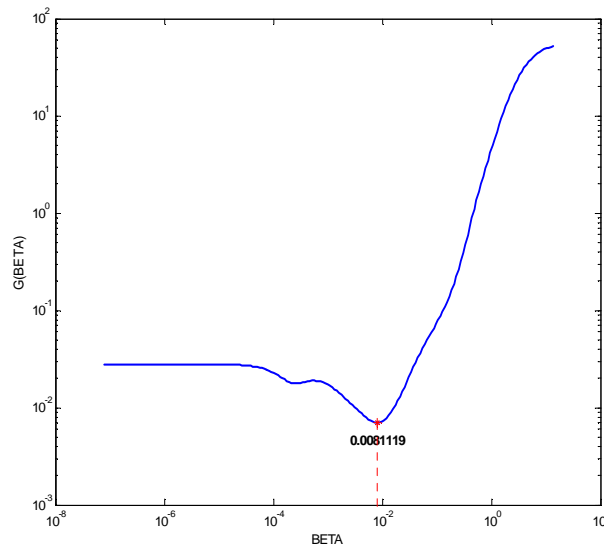


Figure II.37 : paramètre de régularisation (GCV)

De la même manière, en utilisant le paramètre de régularisation obtenu à l'aide de la méthode GCV et en appliquant la méthode Tikhonov, nous pouvons calculer la force d'impact au point Pt35. A partir de la figure (Figure II.38) suivante qui représente la force d'impact mesurée et celle calculée, nous pouvons remarquer qu'elles sont également très proches.

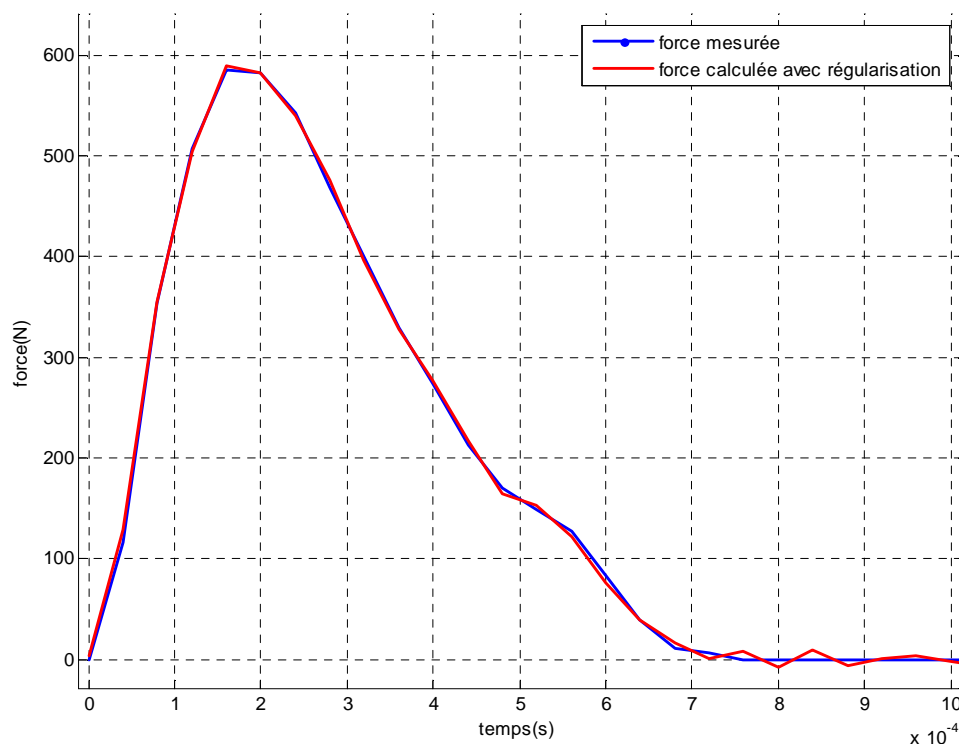


Figure II.38 : reconstruction de l'effort d'impact au point Pt35 (GCV)

Il est clair qu'il est possible d'obtenir de bons résultats en utilisant la méthode L-Curve ou la méthode GCV pour déduire un paramètre de régularisation optimale. Dans notre étude nous avons choisi d'utiliser la méthode GCV car elle permet d'obtenir directement le paramètre de régularisation, alors que la méthode L-Curve impose une vérification de l'opérateur pour éviter les singularités locales. Une erreur de reconstruction de l'effort engendre une erreur de la localisation du point d'impact.

II.3.3.4. Calcul de la fonction d'erreur (localisation de l'impact)

Une fois la force d'impact calculée en supposant qu'elle est appliquée sur chaque point de la grille de la structure, nous pouvons calculer la fonction d'erreur par la formule (II.3).

La figure suivante (**Figure II.39**) montre une représentation graphique du vecteur d'erreur sur la base des coordonnées des points d'impact sur la grille de la plaque.

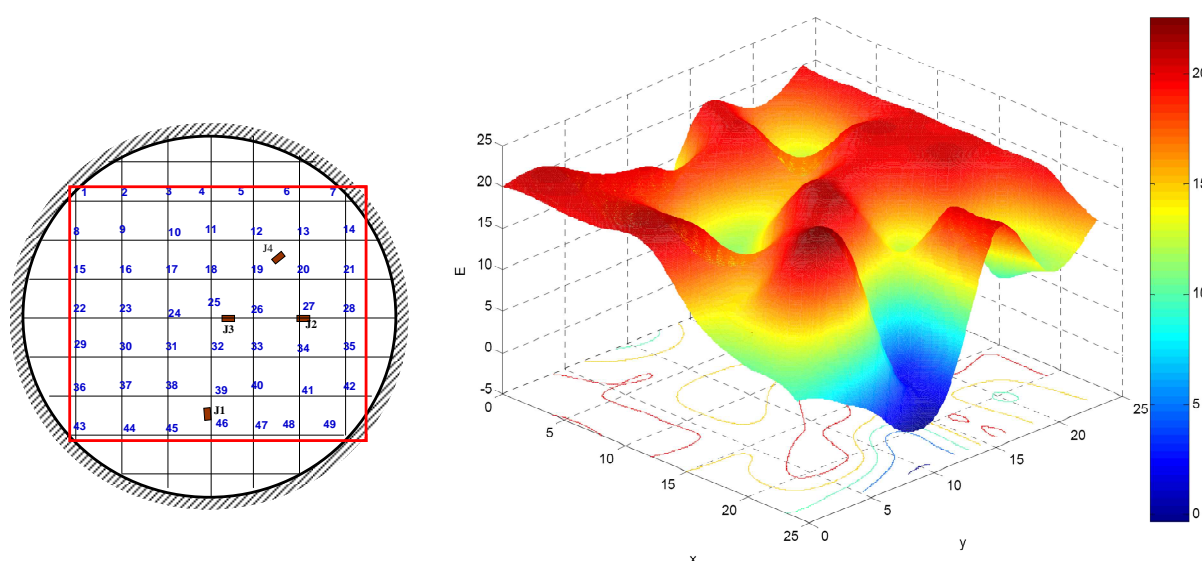


Figure II.39 : fonction d'erreur en fonction des coordonnées des points du quadrillage

Nous pouvons constater que la valeur de la fonction d'erreur est minimale au point Pt35, et donc ce point est le point d'impact de l'effort à caractériser. Les points en rouge sur la figure représente les valeurs maximales du vecteur d'erreur et ceux en couleur bleu représente les valeurs minimales. Pour faciliter la lecture et la représentation graphique de la fonction d'erreur, nous avons limité la valeur de la fonction E à 20.

II.3.3.5. Identification de la force

Après traitement des données sous Matlab, nous avons pu obtenir la position du point d'impact pour plusieurs impacts sur les points du quadrillage de la structure en minimisant la fonctionnelle qui fait intervenir la réponse enregistrée (déformations) et les fonctions de transfert calculées. Une fois le point d'impact trouvé, nous pouvons appliquer la démarche d'identification de la force d'impact en ce point.

Pour un impact inconnu, par exemple ici sur le point Pt35 de la grille de la dalle, après application de la procédure de caractérisation et en utilisant les déformations enregistrées, nous avons obtenu la figure suivante (**Figure II.40**) qui représente une copie écran des

résultats. Le point d'impact est indiqué par le numéro du point sur la grille qui apparaît sur l'écran. La force d'impact calculée est comparée graphiquement par rapport la force mesurée.

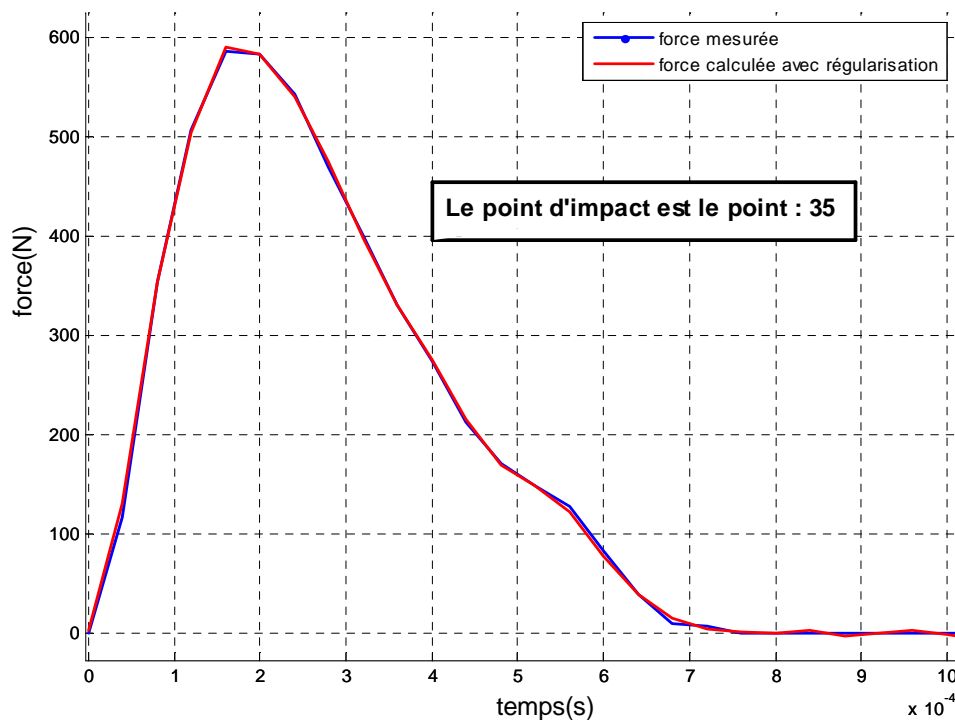


Figure II.40 : résultat pour un impact au point Pt35 sur la plaque

Nous avons appliqué la démarche pour plusieurs points d'impact qui coïncident avec les points de croisement de la grille sur la structure étudiée. Pour ces cas, nous avons toujours obtenu le point d'impact exact et la force reconstruite est très proche de celle mesurée.

Dans le cas où le point d'impact est situé en dehors de ces points, nous avons pu obtenir la localisation de l'impact au point de croisement de la grille le plus proche de la position exacte. La force d'impact reconstruite dans ce cas n'est pas toujours proche de celle mesurée et sa qualité dépend beaucoup de la distance entre le point d'impact exact et le point du quadrillage sur lequel elle est localisée.

Afin d'illustrer cette remarque, nous avons appliqué des impacts en dehors des points de croisement de la grille. En appliquant la procédure de caractérisation et en utilisant les déformations enregistrées sur toutes les jauges de déformations.

La figure suivante représente une copie d'écran du résultat dans le cas d'un impact entre les points Pt12 et Pt13 de la grille (PtB), et très proche du point Pt12. Le point d'impact affiché est le point Pt12 qui est le plus proche, mais la force reconstruite n'est pas toujours bonne puisque nous reconstruisons l'impact en un point qui ne correspond pas au point utilisé pour calculer la fonction de transfert.

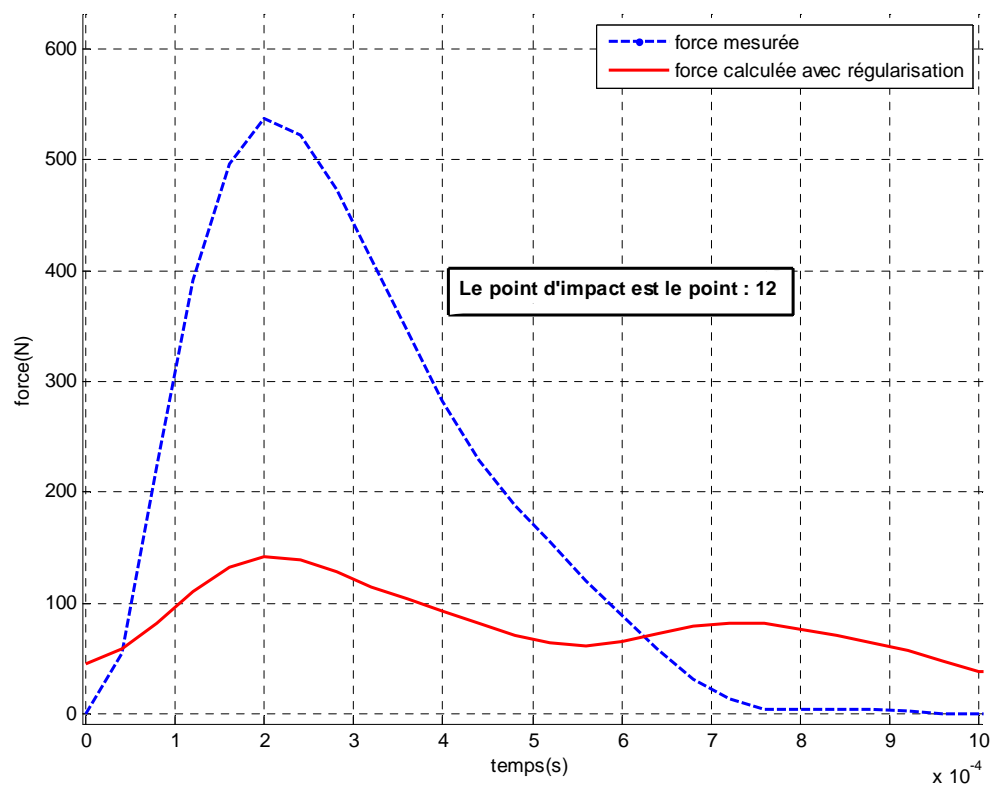


Figure II.41 : résultat pour un impact proche du point PtB sur la plaque

Dans le cas de la plaque encastré sur son contour ou de la poutre encastrée libre et pour tous les points d'impacts qui coïncident avec un point du croisement de la grille, nous avons pu localiser le point d'impact exact et identifier un effort d'impact très proche de celui utilisé.

Dans la majorité des cas où l'impact est appliqué en dehors des points de la grille, nous avons pu localiser le point de la grille le plus proche du point d'impact réel, mais la force reconstruite est souvent différente de la force mesurée.

La figure suivante (**Figure II.54**) résume les résultats de localisation des impacts que nous avons appliqués sur la poutre et la plaque, en les comparant avec les points d'impact exacts. Ces points sont généralement localisés sur le point de la grille le plus proche du point d'impact exact.

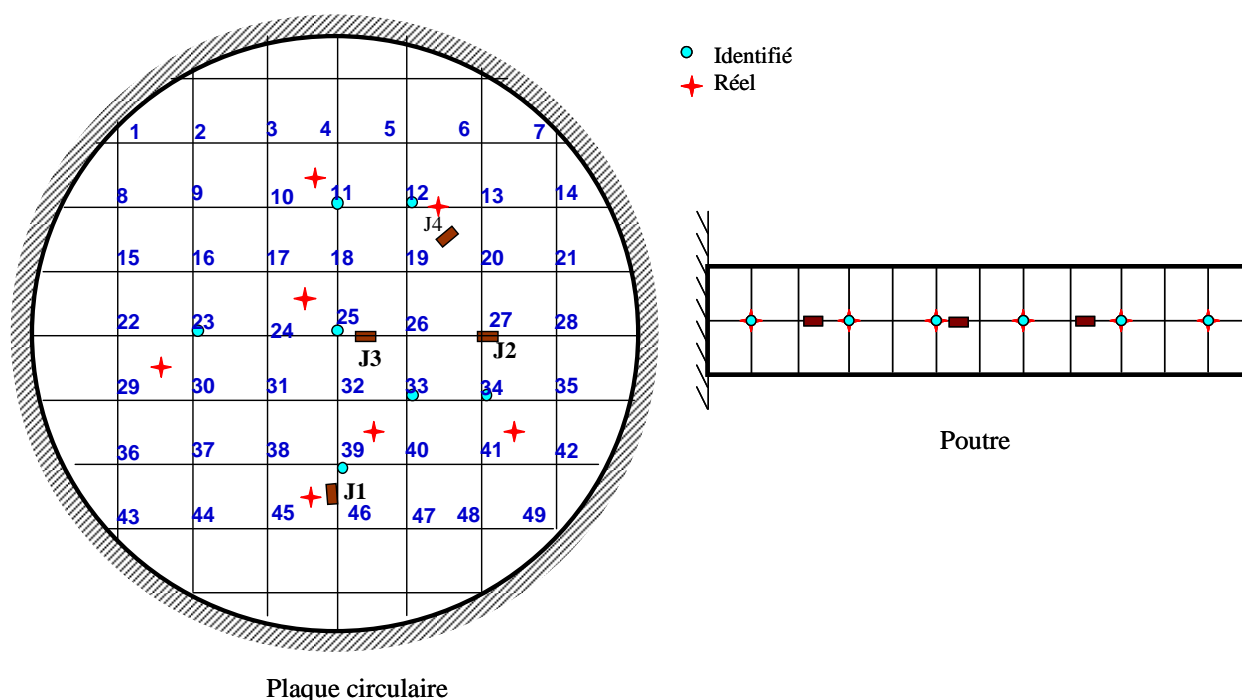


Figure II.42 : résultats de caractérisation des impacts sur une poutre et une plaque

II.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons appliqué les méthodes inverses pour identifier l'effort d'impact sur des structures simples de types poutre et plaque obtenues en utilisant des matériaux à comportement linéaire élastique. L'approche est basée sur l'utilisation des fonctions de transfert entre les points d'impact et de mesures obtenues expérimentalement. La fonction de réponse fréquentielle (FRF) qui est le rapport entre le signal d'entrée et le signal de sortie nous permet d'obtenir les modes de vibrations de la structure et également de reconstruire la matrice H utilisée pour déterminer l'effort. Cette matrice est généralement mal conditionnée et donc difficile à inverser : une inversion au sens des moindres carrés conduit à une solution instable (soit oscillante, soit divergente). Pour résoudre ce problème, nous devons introduire une information supplémentaire pour obtenir une solution stable ayant un sens physique. Une des voies les plus utilisées consiste à régulariser le problème.

Nous avons utilisé la méthode de Tikhonov comme méthode de régularisation et nous avons montré que la recherche du paramètre de régularisation est très importante pour retrouver une solution proche de la solution réelle. La reconstruction de l'effort est très sensible à plusieurs paramètres telle la méthode de régularisation et de détermination du paramètre de régularisation utilisée, la longueur des signaux (nombre de points pris en compte lors du calcul), le traitement préalable des signaux (filtrage et mise à zéro), la disposition des jauges,...

Pour obtenir le paramètre de régularisation optimal nous avons testé deux méthodes : la méthode graphique L-Curve et la méthode GCV. Les deux méthodes donnent généralement deux valeurs du paramètre de régularisation proche l'une de l'autre, cette petite variation peut

engendrer une grande différence entre les solutions obtenues. Dans certains cas particulier, la solution est satisfaisante sans régularisation.

La qualité de reconstruction varie selon la disposition des capteurs, leurs orientations et leurs distances de la source d'excitation, pour cela, l'utilisation de plusieurs capteurs apporte de nouvelles informations et permet d'optimiser la solution.

Nous avons aussi pu développer une approche expérimentale pour la caractérisation des impacts sur des structures avec des matériaux à comportement linéaire. Cette approche est basée sur la méthode de HU et utilise les fonctions de transfert entre tous les couples point d'impact et point de mesure de la structure. Nous avons opté pour une détermination expérimentale des fonctions de transfert, qui a l'avantage d'être applicable pour tous types de structures, incluant les structures complexes, avec des conditions aux limites complexes. Ces fonctions de transfert sont enregistrées dans un fichier qui représente un historique vibratoire de la structure et qui va être utilisé par la suite.

Nous avons appliqué la méthode de Tikhonov pour reconstruire l'effort d'impact en utilisant la méthode GCV pour déterminer le paramètre de régularisation optimal. Ce choix est du au fait que nous pouvons obtenir la valeur du paramètre de régularisation automatiquement dans le cas où nous utilisons la méthode GCV, tandis que pour la méthode L-Curve la courbure maximale (paramètre de régularisation) de la courbe n'est pas toujours obtenue automatiquement, il nous faut à chaque fois visualiser la courbe et corriger la valeur.

Nous avons implémenté le processus sous Matlab, ce qui nous a rendu notre approche applicable très facilement. Le principe étant de créer une grille sur la structure étudiée et appliquer des impacts sur tous les points de la grille. La réponse (déformations ou accélérations) est enregistrée à l'aide de plusieurs capteurs installés sur la structure.

Nous avons validé l'approche dans le cas d'une poutre encastree libre et d'une plaque encastree sur son contour, toutes les deux fabriquées avec un matériau à comportement linéaire élastique (Aluminium). Les résultats sont très satisfaisants dans le cas où le point d'impact est un point de la grille, mais pas dans le cas où ils sont différents. Dans le cas où le point d'impact n'est pas sur la grille, il nous est possible de retrouver avec une bonne approximation la localisation de l'impact, par contre il est plus difficile de déterminer l'historique de la force d'impact.

L'avantage de cette approche est que nous pouvons l'utiliser expérimentalement, donc pour tous types de structures, sans passer par un calcul théorique lourd ou un modèle numérique qui ne représente pas forcément le comportement exact. Le seul souci est que nous ne pouvons pas obtenir de bons résultats lorsque le point d'impact n'est pas un point de la grille, donc il faut affiner cette grille de telle façon à obtenir un impact sur la grille dans la majorité des cas ou utiliser un plan d'interpolation.

CHAPITRE 3 : CARACTÉRISATION DES IMPACTS SUR UNE DALLE EN BETON ARMÉ

III.1. Introduction

Comme nous l'avons mentionné dans l'introduction générale de cette thèse, le but final de ce travail est de caractériser les impacts sur des galeries pare-blocs, qui sont composées d'une dalle inclinée reposant sur des appuis fusibles. Pour cela, nous allons appliquer l'approche de caractérisation décrite dans le chapitre précédant à une dalle en béton armé. La difficulté de cette approche vient du fait que jusqu'à présent nous avons utilisé des structures à comportement linéaire élastique, ce qui n'est plus le cas ici.

Ce travail se compose de deux volets : un volet numérique et un volet expérimental. La démarche consiste à appliquer expérimentalement le processus d'identification et de localisation des impacts sur une dalle en béton armé et de comparer ces résultats avec ceux obtenus à l'aide d'un modèle numérique.

Nous verrons également l'influence due au comportement non linéaire des matériaux.

III.2. Application expérimentale

III.2.1. Approche

Dans le chapitre précédent, nous avons utilisé les méthodes inverses pour identifier et localiser les impacts sur des structures simples obtenues en utilisant des matériaux linéaires. Le passage à des structures plus complexes avec des matériaux ayant un comportement non linéaire peut conduire à des résultats moins probants que ceux obtenus précédemment.

Pour cela nous avons considéré que nous restons dans le domaine « linéaire » de comportement avec des impacts non endommageant.

Nous allons appliquer l'approche expérimentale basée sur la méthode de HU utilisée dans le cas de structures simples en matériau linéaire. Nous utiliserons une plaque rectangulaire en béton armée, appuyée sur trois appuis simples, ce qui constitue une structure isostatique. Nous décrirons le montage expérimental en détail dans la partie suivante.

Nous allons créer un quadrillage sur la plaque et nous appliquerons des impacts que l'on peut enregistrer à l'aide d'un marteau d'impact. Nous avons utilisé comme capteur des accéléromètres implantés sur la dalle. Par rapport aux expérimentations précédentes qui utilisent des jauges de déformations, cela ne change en rien la démarche précédente.

L'analyse inverse nous permet de calculer la force inconnue en supposant qu'elle est appliquée en chaque point du quadrillage, en utilisant la fonction de transfert et les accélérations mesurées sur chaque capteur, comme cela est défini dans le chapitre précédent. La valeur minimale de la fonction d'erreur (équation II.3) nous donnera le point d'application de la force et ainsi nous pouvons calculer son historique en ce point.

III.2.2. Montage expérimental

III.2.2.1. Dalle en béton armé

Nous avons choisi d'utiliser une dalle de fabrication classique (béton C35/45) [LOR 07], de faible épaisseur pour pouvoir la manipuler facilement. Les dimensions de la dalle sont une épaisseur de 10 cm, une longueur de 2 m et une largeur de 1,5 m.

Le choix des ferraillages a répondu à ces différents critères :

- densité de ferrailage moyenne de 60 kg.m^{-3} .
 - 2 lits de treillis soudés standards, dont un du côté impacté permettant de jouer le rôle de filet lors d'un impact et l'autre permettant de reprendre la flexion induite par l'impact.
- Le ferrailage est un treillis soudé de type ST10 (maille de 20 cm et diamètre des brins de 5,5 mm) pour le côté impacté et un ST40C (maille de 10 cm et diamètre des brins de 7 mm) de l'autre côté en Fe500.

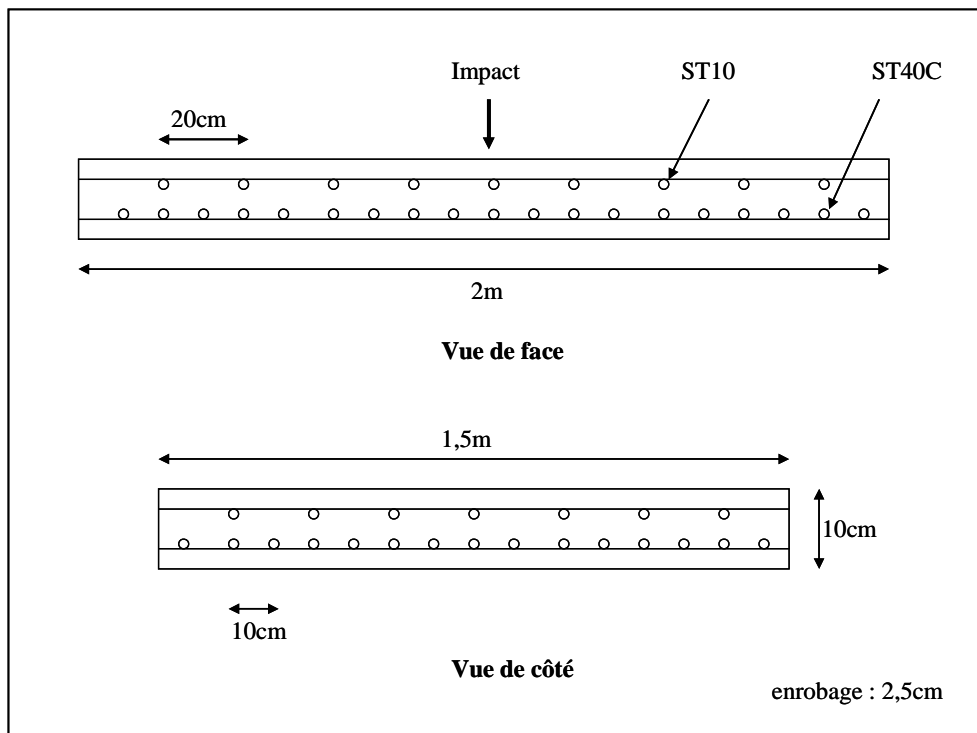


Figure III.1 : plan du ferrailage de la dalle en béton armé

III.2.2.2. Accéléromètres

Puisque la finalité des essais est l'enregistrement de la réponse de la structure aux impacts, nous pouvons utiliser des jauges de déformations, des accéléromètres ou des capteurs de déplacement.

Pour des raisons de pratique et de disponibilité de capteurs, nous avons utilisé des accéléromètres PCB 625B01. Ce sont des accéléromètres dont la plage de mesure est de $\pm 50 \text{ g}$ que nous avons collé sur la surface de la dalle à l'aide d'un adhésif double face.

Nous avons relié ces capteurs au système d'acquisition par l'intermédiaire de câbles blindés afin de limiter le bruit pour les signaux enregistrés.



Figure III.2 : accéléromètre PCB 625B01 collé à la dalle

III.2.2.3. Système d'acquisition et d'excitation

Pour impacter la dalle, nous avons utilisé le même marteau d'impact (DYTRAN model 8550B) avec un embout en plastique, en changeant la sensibilité pour obtenir une gamme d'effort plus importante.

Nous avons utilisé également le même système d'acquisition que pour les essais précédents. Il est composé de la valise autonome (**Figure II.3**) et d'un ordinateur portable qui permet l'acquisition à l'aide du logiciel STELA[®].

III.2.2.4. Disposition

Afin de pouvoir appliquer la démarche de caractérisation des impacts, nous avons commencé par créer un quadrillage de 25 cm de chaque côté sur la dalle. Nous avons posé la dalle sur trois appuis en bois pour obtenir un système isostatique.

Sur la Figure III.4 nous pouvons voir la localisation des différents points (appuis, capteurs, impacts et mesures). Les capteurs sont répartis sur la dalle de telle sorte à obtenir le maximum de réponse d'un nœud proche d'un capteur, en évitant que leurs positions coïncident avec les nœuds du quadrillage.

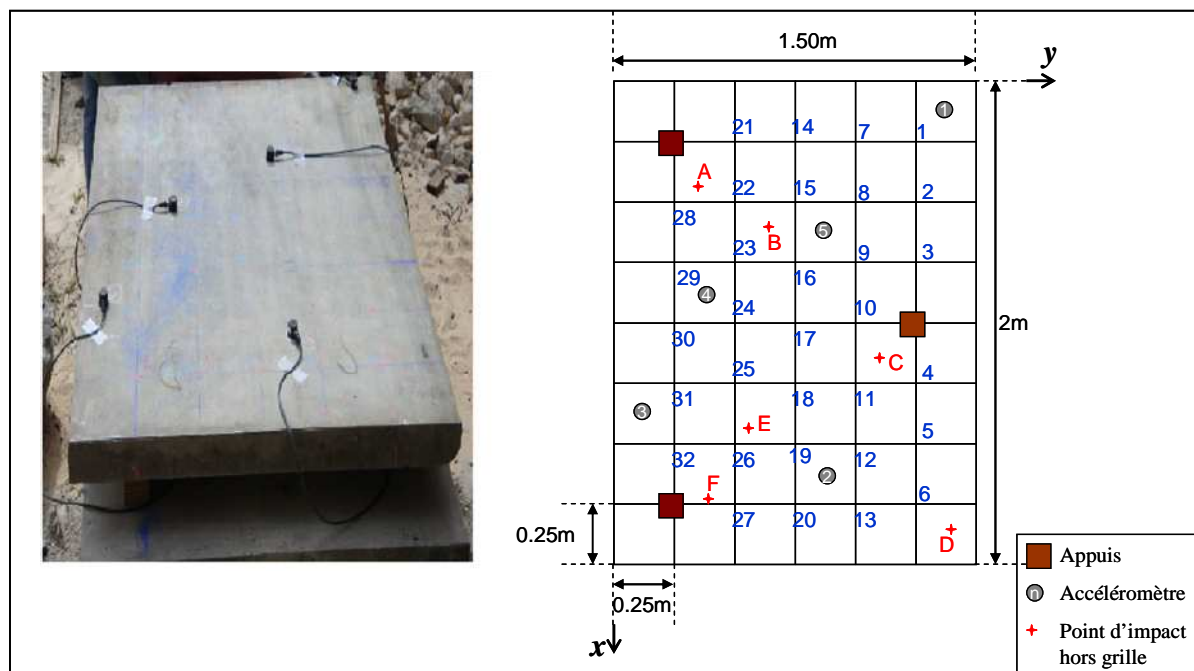


Figure III.3 : montage expérimental de la dalle en béton armée

La position des accéléromètres sur la dalle sont est donnée dans le **tableau IV.1**

Accéléromètre	X(cm)	Y(cm)
1	10	140
2	160	90
3	140	10
4	90	40
5	60	90
PtA	44,60	32
PtB	53,50	72
PtC	112,30	112
PtD	162,80	134,30
PtE	140,70	55
PtF	175	37

Tableau III.1 : coordonnées des accéléromètres et des points d'impacts sur la dalle

Les accéléromètres et le marteau d'impact sont reliés à notre système d'acquisition, qui permet une acquisition avec une fréquence d'échantillonnage de 2,5 kHz jusqu'à 33,33 kHz. Nous avons appliqué des impacts sur tous les nœuds du quadrillage (32 points) et sur des nœuds intermédiaires (de A à F). L'effort d'impact (marteau d'impact) et la réponse (accélérations en 5 positions) ont été enregistrés de façon synchronisée.

III.2.4. Résultats

Dans l'exemple suivant nous allons illustrer l'application de la démarche d'identification et de localisation d'un impact donné sur la dalle.

III.2.4.1. Traitement des signaux

Nous montrons dans cette partie le signal de l'effort appliqué au point Pt3, et une accélération enregistrée sur l'accéléromètre 2, après traitement sous Matlab (filtrage + recalage).

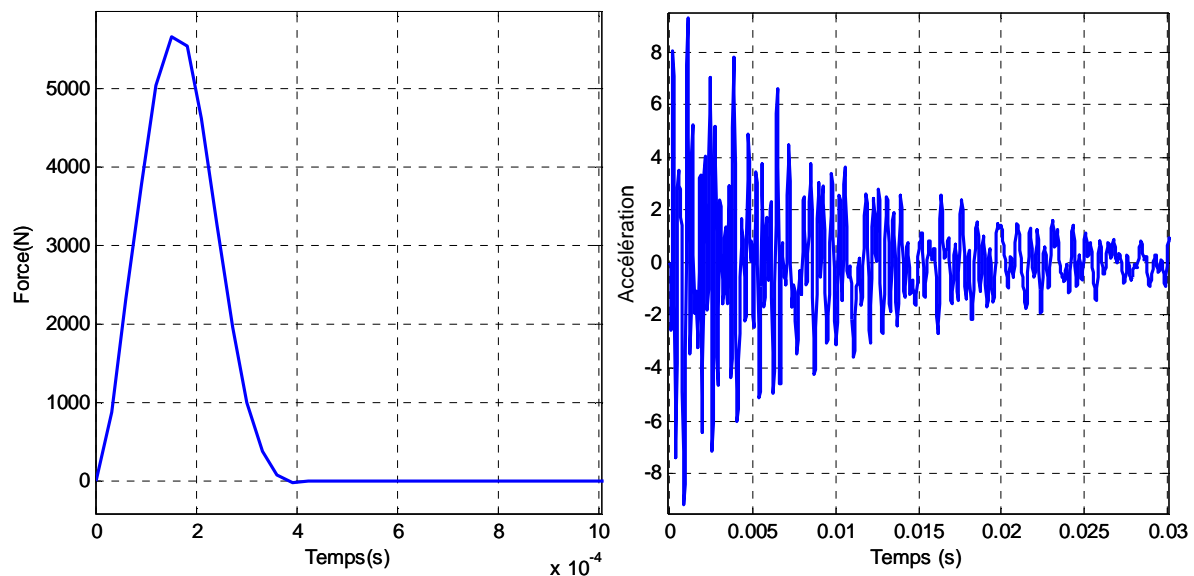


Figure III.4 : impact au point Pt3 et accélérations à l'accéléromètre 2

III.2.4.2. Création des fonctions de transfert

Les signaux d'effort et d'accélérations traités nous permettent d'obtenir la fonction de transfert entre le point Pt3 et le point de localisation du capteur 2. Nous créons autant de fonction de transfert qu'il y a de couples point d'impact et point de mesure, soit dans notre cas : $32 \times 5 = 160$.

La figure suivante (**Figure III.5**) représentant cette fonction de transfert nous permet de déterminer les modes de vibrations de la dalle en béton armé.

En appliquant des impacts sur tous les points de la grille, nous avons obtenu toutes les fonctions de transfert pour chaque couple point d'impact et point de mesure, que nous avons enregistré dans un fichier qui va être utilisé dans le processus de caractérisation déjà décrit.

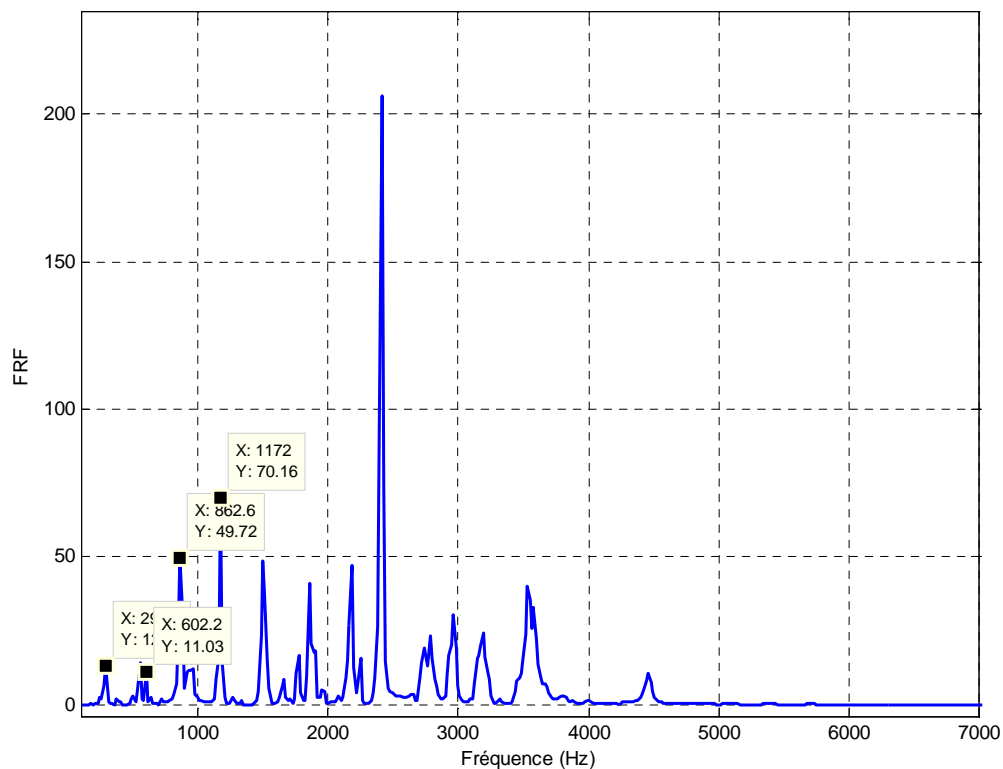


Figure III.5 : fonction de transfert point d'impact Pt3 point de mesure accéléromètre 2

III.2.4.3. Reconstruction de l'effort

Puisque le processus de caractérisation des impacts est basé sur la reconstruction de l'effort en chaque point de la grille, nous avons vérifié d'abord l'identification d'un effort appliqué au même point. Nous avons appliqué la méthode de Tikhonov avec la méthode GCV pour déterminer le paramètre de régularisation optimal. Sur la figure suivante (**Figure III.6**), la détermination du paramètre de régularisation a été faite pour l'accéléromètre 2.

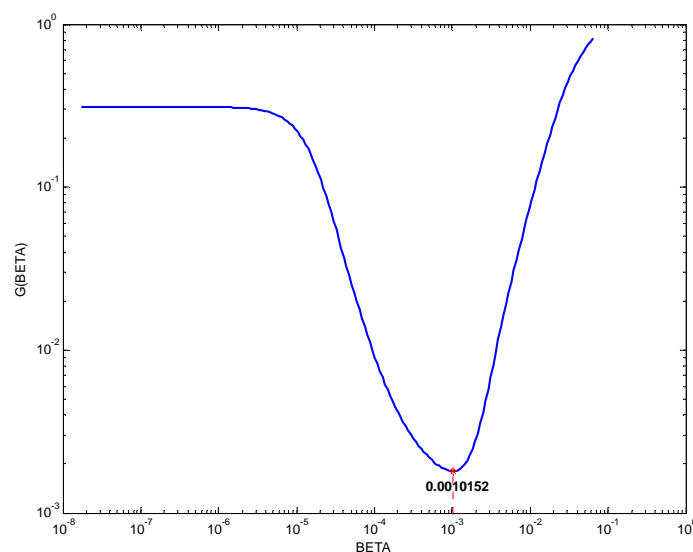


Figure III.6 : paramètre de régularisation (GCV)

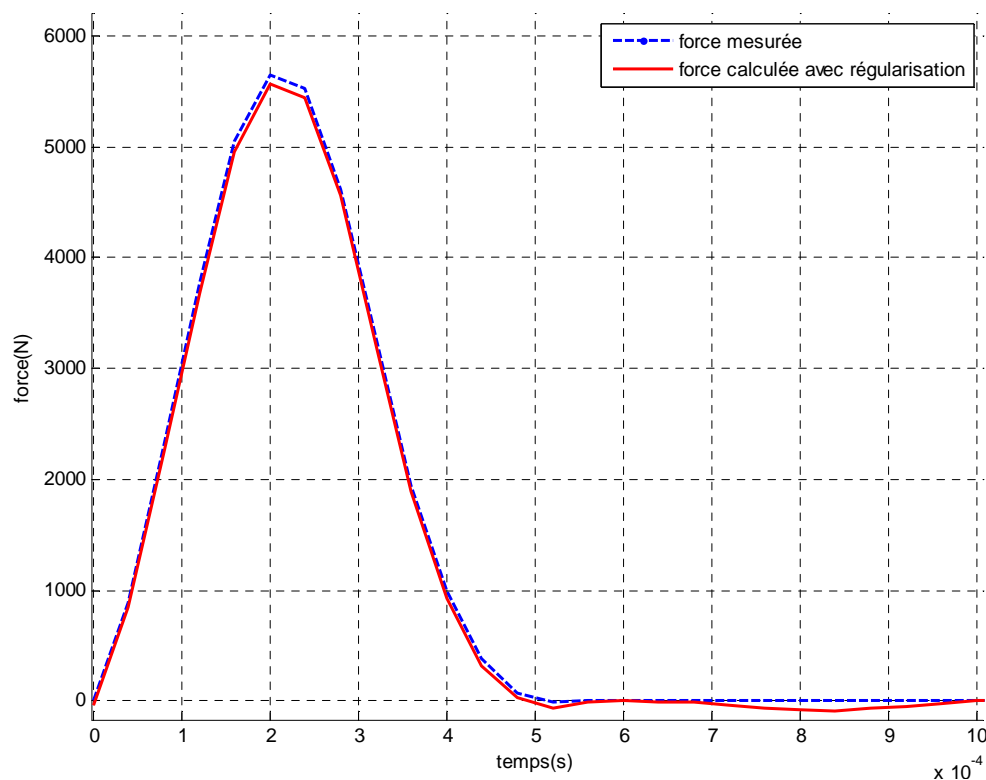


Figure III.7 : reconstruction de l'effort d'impact au point Pt3 sur la dalle

La reconstruction de l'effort d'impact en appliquant la méthode de Tikhonov avec la méthode GCV pour déterminer le paramètre de régularisation donne de bons résultats (**Figure III.7**) même dans le cas d'une dalle en béton armé, à condition que les impacts ne soit pas endommageant.

III.2.4.4. Localisation de l'impact inconnu

Nous avons appliqué un impact inconnu (au Pt12 dans cet exemple). En appliquant la méthode Hu, nous avons calculé la fonction d'erreur qui nous a permis de déterminer le point d'impact qui représente la valeur minimale de cette fonction.

La figure suivante est une représentation de la fonction d'erreur en fonction des coordonnées des nœuds de la grille de la dalle.

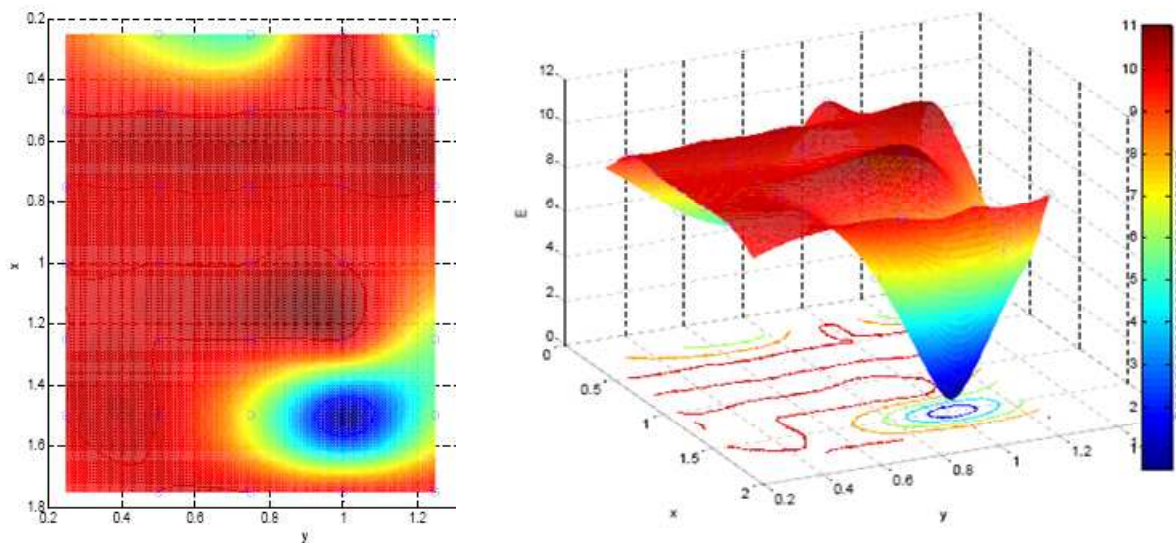


Figure III.8 : fonction d'erreur en fonction des coordonnées des points du quadrillage

Nous pouvons constater que la valeur de la fonction d'erreur est minimale au point Pt12, et donc le point Pt12 sur la dalle est le point d'impact de l'effort à caractériser, ce qui est juste. Les points en rouge sur la figure représentent les valeurs maximales du vecteur d'erreur, et ceux en couleur bleu représentent les valeurs minimales. Généralement, la zone autour du point d'impact réel est celle où la valeur de l'erreur E est minimale (minimum voisin). D'autres zones éloignées du point réel peuvent avoir des petites valeurs de E , nous supposons que cela est dû à leurs symétries au point d'impact par rapport aux capteurs. Dans cette application, nous avons limité la valeur maximale de E à 10 afin de mieux visualiser la surface d'extrapolation.

III.2.4.5. Identification de l'impact inconnu

En utilisant la fonction de transfert entre le point d'impact localisé et les accélérations enregistrées, nous avons identifié l'impact inconnu en utilisant la méthode Tikhonov.

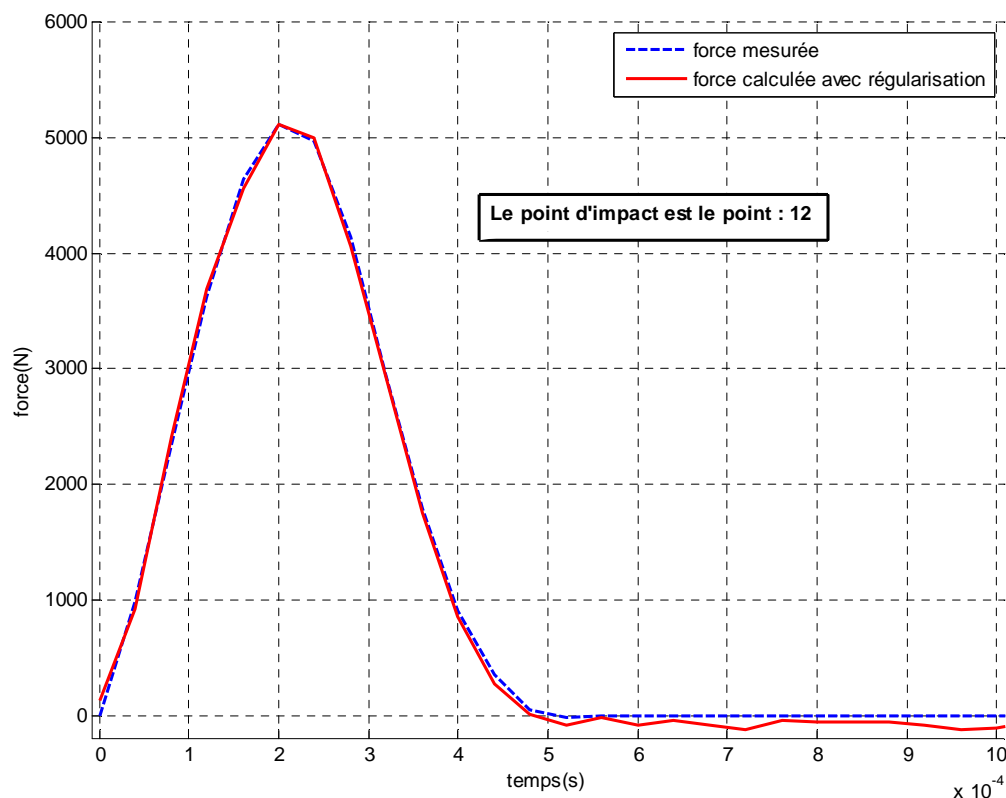


Figure III.9 : résultat de caractérisation d'un impact au point Pt12 sur la dalle

Dans le cas d'impact en dehors des nœuds de la grille (du PtA au PtF), nous avons localisé les impacts sur les nœuds de la grille les plus proches des points d'impact réels. Par conséquent, la force reconstruite à partir de ce point n'est pas juste. Nous pouvons illustrer cela par l'exemple d'un impact au point PtA, le point d'impact est localisé au point Pt28 de la grille de la dalle, ce qui correspond au point le plus proche du point d'impact (PtA). Pour la reconstruction nous n'obtenons pas un bon résultat, la force reconstruite est très différente de la force réelle. Cela s'explique par le fait que les fonctions de transfert utilisées ne sont pas justes parce que le point d'impact n'est pas exactement le même.

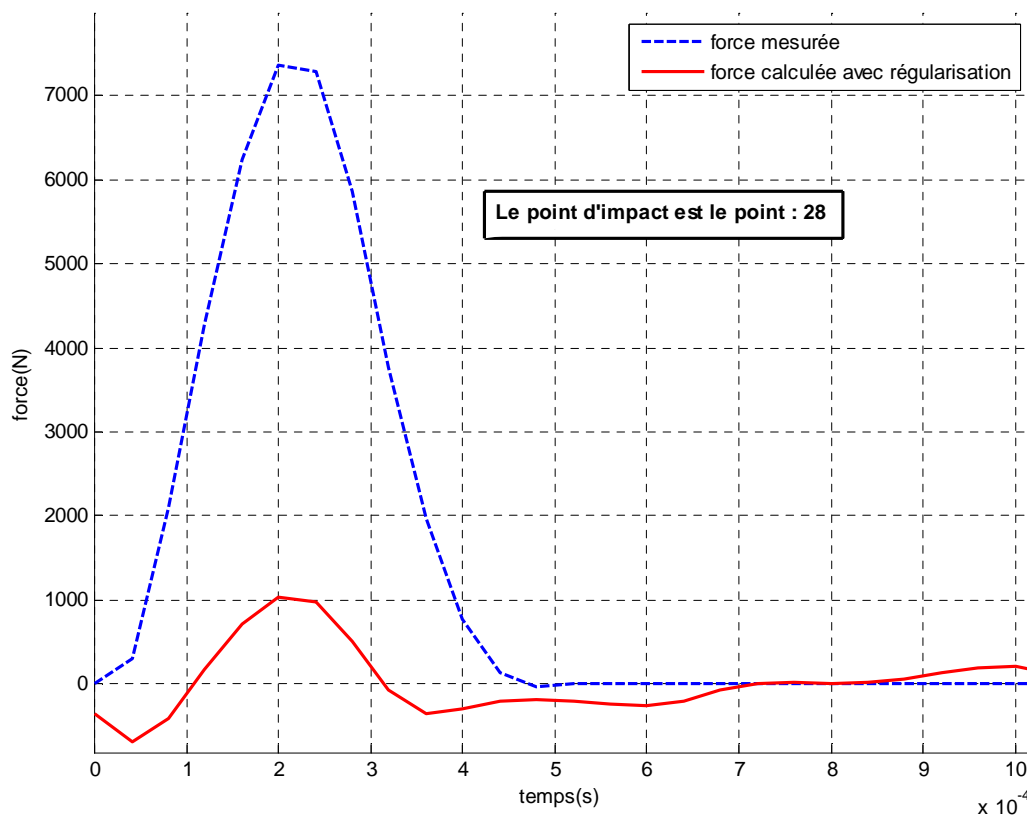


Figure III.10 : résultat de caractérisation d'un impact au point PtA sur la dalle

Dans le tableau suivant, nous résumons l'erreur de localisation des points d'impact en dehors de la grille de la dalle.

Point réel	X (cm)	Y (cm)	Point identifié	X (cm)	Y (cm)	Ecart X (%)	Ecart Y (%)
PtA	44,60	32	Pt28	50	25	12,11	21,87
PtB	53,50	72	Pt23	75	50	40,19	30,55
PtC	112,30	112	Pt11	125	100	11,31	10,71
PtD	162,80	134,30	Pt6	175	125	7,49	6,92
PtE	140,70	55	Pt26	150	50	6,60	9,09
PtF	175	37	Pt27	175	50	0	35,14

Tableau III.2 : Comparaison des coordonnées des points d'impact réels et estimés sur la dalle

Dans le cas d'impacts sur les nœuds de la grille, nous avons pu localiser les points d'impact avec exactitude, et par conséquent l'identification de l'historique de ces impacts a donné de bons résultats avec quelques différences entre la force mesurée et celle calculée. Ces différences peuvent être dues aux non linéarités du corps de test. Ces non linéarités ayant comme origine le matériau, les appuis mais aussi l'endommagement que peut avoir subi la dalle (retrait, mise en flexion,...). Enfin notre système d'acquisition est limité à une fréquence

d'échantillonnage de 33,333 kHz, ce qui explique l'allure de l'effort enregistré, car les temps d'impulsion sont très courts ($\approx 0,3$ ms), soit dix points d'acquisition pendant l'impact. Ceci ne permet pas d'avoir une précision très importante sur le signal enregistré comme cela peut se voir sur les figures précédentes.

Par contre, pour les impacts en dehors de la grille, nous arrivons à localiser le point d'impact comme étant le point de la grille le plus proche du point réel. Une lecture des résultats résumés dans le **Tableau III.2** nous a permis de conclure :

- Le point d'impact localisé est le point de la grille le plus proche du point réel.
- Dans le cas d'un nœud de la grille voisin d'un capteur et proche du point d'impact, c'est celui-ci qui est identifié comme point d'impact.
- Au voisinage d'un appui, ce n'est pas toujours le point le plus proche qui est identifié comme point d'impact.
- La reconstruction de l'effort ne donne pas de bons résultats, puisque le point localisé n'est pas le point réel, donc la fonction de transfert utilisée pour la reconstruction de l'effort n'est pas juste.

Pour résoudre ce problème, nous pouvons relaxer la grille de la structure ou utiliser une interpolation plane entre les quatre nœuds de la grille qui entoure le point réel.

III.3. Modèle numérique

III.3.1. Introduction

La généralisation des outils de calculs basés sur la méthode des éléments finis pour l'analyse du comportement des structures en mécanique et en génie civil, et l'accroissement des performances de ces logiciels, les rendent de plus en plus abordables dans les services d'ingénierie. Le souci d'ingénieurs, lors de la modélisation d'un phénomène, est d'obtenir des résultats proches des résultats expérimentaux et théoriques et cela par optimisation du modèle équivalent.

Dans cette partie, nous avons modélisé la dalle utilisée pour les essais expérimentaux à l'aide du logiciel Abaqus®, afin de valider l'approche de caractérisation des impacts, et comparer les résultats avec ceux obtenus expérimentalement.

Pour cela, nous avons construit les fonctions de transfert de la dalle entre différents points d'impact et points de mesure, en créant un quadrillage sur la dalle. Nous appliquerons un maillage à la structure, de telle sorte qu'il passe par les points d'impact, les points de mesure (position des capteurs) et les appuis. Les accélérations en différents points de mesure seront obtenues après application d'un effort expérimental unique en différents point du quadrillage. Nous allons impacter la dalle en un point quelconque avec un autre effort, enregistrer les accélérations et appliquer la démarche pour identifier et localiser cet impact.

III.3.2. Description du modèle

III.3.2.1. Introduction

Abaqus est un logiciel de simulation par éléments finis de problèmes très variés en mécanique, connu pour sa performance pour le traitement des problèmes non linéaires.

Il propose un module Abaqus/CAE qui est une interface graphique permettant la gestion des opérations de modélisation :

- générer le fichier de données,

- lancer le calcul,
- exploiter les résultats.

La création d'une simulation sous Abaqus/CAE s'effectue par un passage successif dans les modules :

- Part : définir la géométrie des entités,
- Property : définir les propriétés du ou des matériaux,
- Mesh : maillage,
- Assembly : créer des instances à partir des entités et les assembler (géométrie, contraintes,...)
- Step : calcul dynamique, définition des sorties,...
- Interaction : interactions entre différentes entités du modèle,
- Load : définir le chargement, les conditions initiales,
- Job : lancement du calcul.

III.3.2.2. Béton

Hypothèse

Le béton est un matériau composite constitué d'une matrice de ciment et d'inclusions d'agrégats (sables et graviers). Ces principaux défauts sont l'hétérogénéité de ses composants, et l'existence de microfissures initiales entre l'interface des granulats et la pâte du ciment.

D'autres facteurs tels que le retrait hydraulique dû à l'évaporation de l'eau, au retrait thermique engendré par une variation de température ou une prise incomplète du ciment, entraînent la formation de microcavités [NEV 00]. Ces microfissures peuvent se joindre à d'autres microfissures causées par des concentrations de contraintes quand le béton est soumis à une sollicitation et éventuellement former une macro fissure entraînant la rupture du matériau. La principale difficulté de la modélisation du béton par éléments finis est engendrée par la nature de la fissure, qui est par définition une discontinuité du matériau, alors que la méthode des éléments finis est basée essentiellement sur la mécanique des milieux continus.

Pour représenter les caractéristiques du béton, nous avons utilisé le modèle « concrete damaged plasticity » [HKS 6.4] sous Abaqus. Ce modèle offre la capacité de modéliser le béton et autres matériaux quasi-fragiles pour tous types de structure. Il utilise les concepts de l'élasticité isotrope avec endommagement en combinaison avec la compression plastique isotrope pour représenter le comportement du béton et l'endommagement par ces phases adouciss en traction et compression. Enfin, il est conçu pour des applications dont le béton est soumis à un chargement monotone, cyclique ou dynamique, ce qui correspond à notre problème.

Paramètre du modèle

Pour le béton, nous avons créé une dalle rectangulaire de même dimension que la dalle des essais, en tant que solide 3D. Les dimensions de la dalle sont de 2 m de longueur et 1,5 m de largeur pour 10 cm d'épaisseur.

Les paramètres d'entrée obligatoires pour définir le matériau béton sont :

- le module d'élasticité,
- le coefficient de poisson,
- la résistance à la compression,
- la résistance à la traction,
- l'énergie de fissuration.

Nous avons utilisé la relation contraintes-déformations (**Figure III.11**) obtenue à partir des résultats des essais de compression sur les éprouvettes cylindriques ($\phi = 16\text{cm}$, $h = 32\text{cm}$) et les relations dans l'Eurocode [EC2 03].

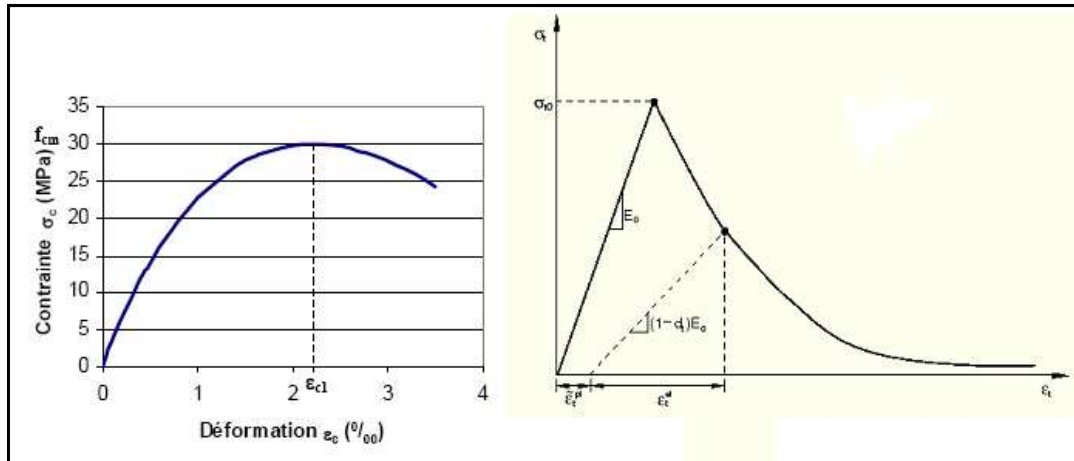


Figure III.11 : courbe contraintes-déformations du béton en compression et en traction

Les valeurs que nous avons utilisées sont résumées dans le tableau suivant :

Désignation	Valeur choisie
Module d'élasticité expérimental	30700 MPa
Résistance expérimentale moyenne à la compression	30 MPa
Résistance à la traction	2,9 MPa
Coefficient de poisson	0,2
Energie de fissuration	100 J.m ²

Tableau III.3 : valeurs choisies pour la détermination du comportement du béton dans le modèle numérique

III.3.2.3. Armatures

Pour représenter les armatures dans la dalle, nous utilisons le modèle « Rebar layer », le comportement est supposé élasto-plastique avec écrouissage. Nous avons considéré 4 couches de ferrailage, une pour chacune des directions et pour chaque nappe.

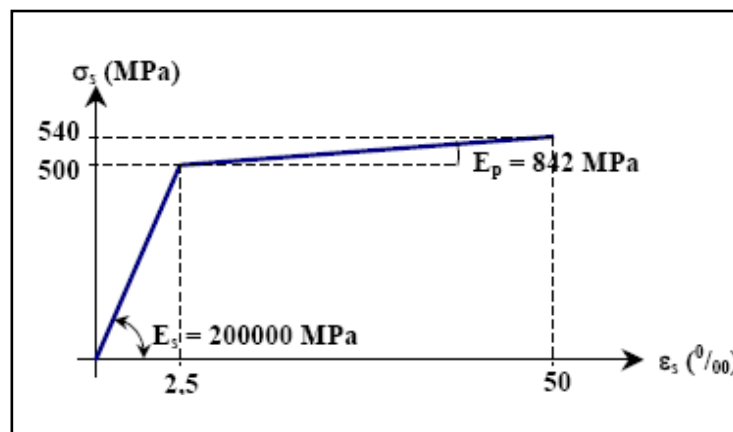


Figure III.12 : courbe contraintes-déformations des armatures [DEL 05]

Les caractéristiques sont :

- module de Young = 200 000 MPa,
- limite élastique = 500 MPa,
- module plastique = 842 MPa,
- coefficient de poisson = 0,3.

III.3.2.4. Maillage

Pour le maillage de la dalle en béton, nous avons utilisé des éléments C3D8R. Ces éléments en trois dimensions et à huit nœuds (à leurs angles) utilisent une interpolation linéaire dans chaque direction et sont souvent appelés des éléments linéaires, ou éléments du premier ordre.

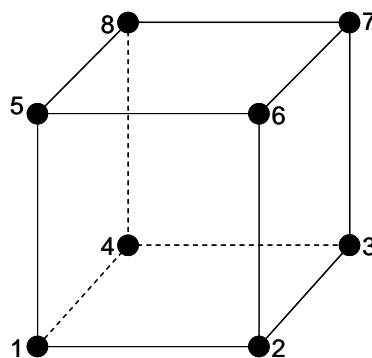


Figure III.13 : élément C3D8R

Pour l'acier, nous avons utilisé des éléments SFM3D4R.

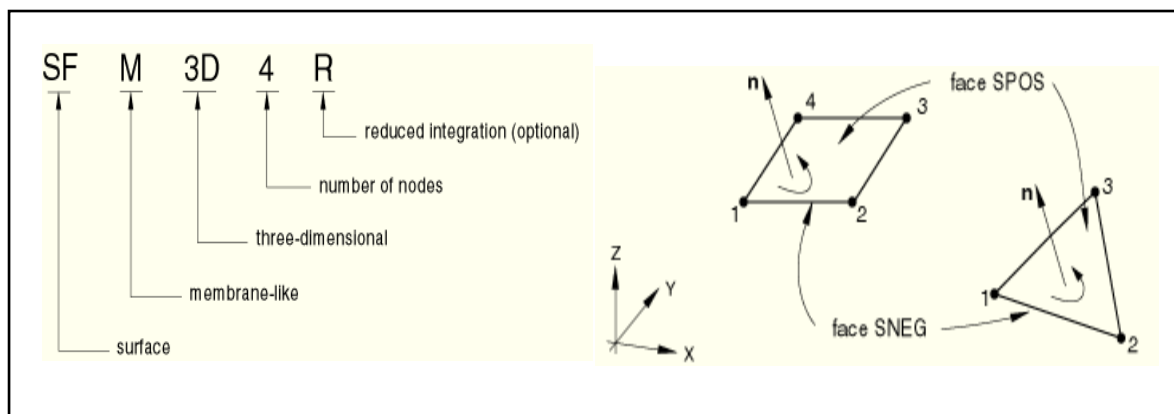


Figure III.14 : élément SFM3D4R

Nous avons créé un maillage orphelin sur la dalle, que nous avons utilisé pour créer une nouvelle pièce afin d'obtenir des nœuds que l'on peut sélectionner pour appliquer les efforts et sur lesquels on peut mesurer les différentes grandeurs.

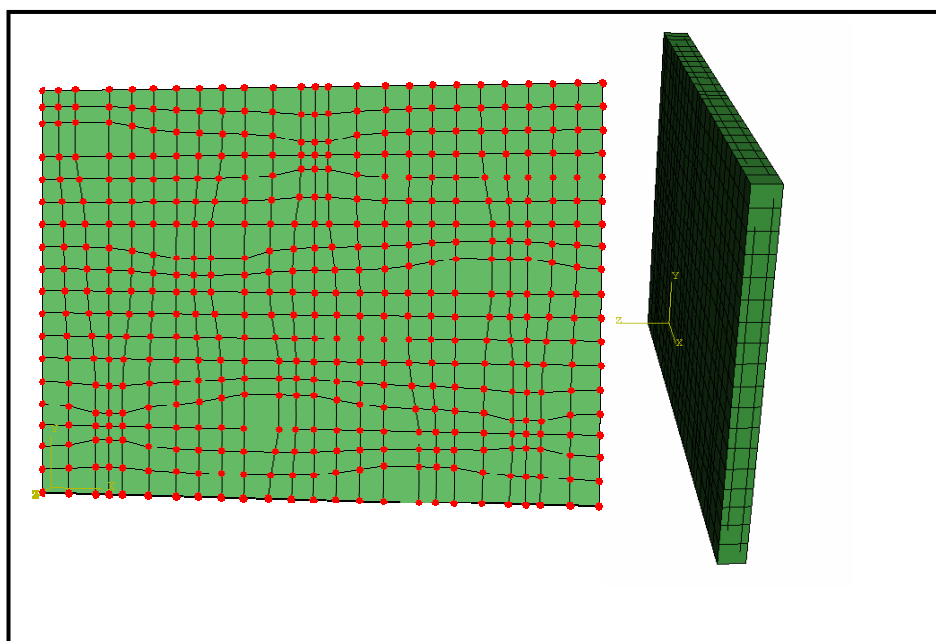


Figure III.15 : maillage de la dalle

- Nous avons respecté les caractéristiques géométriques qui permettent d'obtenir de bons résultats.
- La non régularité du maillage est due au fait que chaque nœud représente un point caractéristique : 32 points d'impact + 3 appuis + 5 capteurs + 6 points d'impacts hors nœuds de la grille.
- Si nous avions voulu créer un maillage régulier : beaucoup trop fin et sans intérêt par rapport à notre objectif.

III.3.2.5. Assemblage

Cette opération consiste à situer les couches des armatures selon la disposition expérimentale, nous avons créé des ensembles de nœuds « set » correspondant aux points d'impact et aux positions des accéléromètres.

III.3.2.6. Contrainte

Pour créer une interaction entre les nœuds et les matériaux (béton et armature) pour chaque couche d'armature, nous avons utilisé le modèle « embedded region » qui indique qu'un élément ou un groupe d'éléments 1 ou 2D sont intégrés dans un groupe d'éléments dans un modèle. Ceci conduit à créer des interactions entre les nœuds des couches d'armatures avec les nœuds béton qui l'entoure.

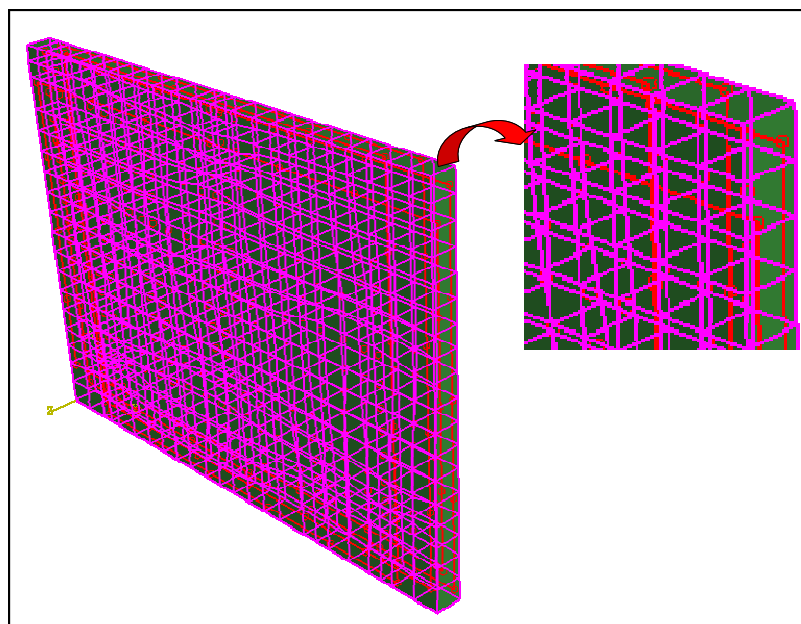


Figure III.16 : interaction entre nœuds

III.3.2.7. Appuis

Pour simplifier le modèle, reprendre les mêmes conditions aux limites du modèle expérimental et garder l'isostaticité de la dalle, nous avons opté pour des appuis simples ponctuels aux nœuds représentant les appuis. Il y a sur ce point une différence entre l'élément de test et le modèle numérique car sur l'élément de test les appuis sont surfaciques (10cm x 10 cm), mais par rapport à la surface de la dalle, cette surface peut en première approximation être considérée comme ponctuelle.

III.3.2.8. Amortissement

Nous avons opté pour un amortissement matériau. Afin d'appliquer un amortissement sur notre modèle, nous avons besoin du taux d'amortissement. Pour le calculer, nous avons utilisé une accélération obtenue expérimentalement au capteur 4 après impact au point 12 (**Figure**

III.17). Nous avons cherché la valeur de ξ pour laquelle la courbe enveloppe le signal d'accélération donné par : $Xe^{-\xi\omega t}$

Avec X : l'amplitude (13) et ω la pulsation ($2 \times \pi \times 48,83$ pour le premier mode)

Nous avons obtenu $\xi = 0,3$. Pour Abaqus, l'amortissement pour un mode donné s'exprime en fonction des facteurs d'amortissement α_R et β_R par l'équation :

$$\xi_i = \frac{\alpha_R}{2\omega_i} + \frac{\beta_R \omega_i}{2}$$

Dans notre cas $\beta=0$ (facteur qui amortit les hautes fréquences), et donc $\alpha_R = 180$.

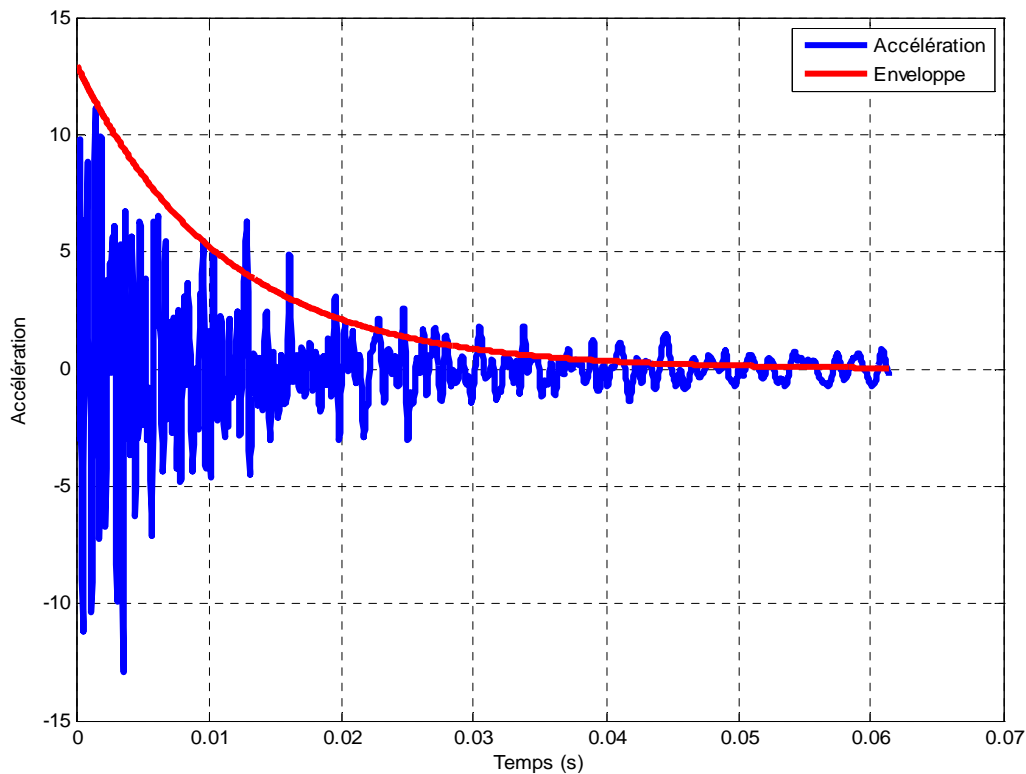


Figure III.17 : détermination de l'amortissement

L'amortissement est très élevé (30%) par rapport à des structures en béton armé (entre 3% et 5%). Nous avons considéré que sa valeur était constante pour tous les modes.

III.3.2.9. Application d'un impact

Pour simuler un impact, nous avons utilisé le fichier de donnée d'un effort d'impact expérimental, l'impact 12 par exemple (**Figure III.18**) que nous avons repris comme amplitude et que nous avons appliqué sur tous les points du quadrillage.

Le calcul se fait en dynamique implicite avec une incrémentation correspondante à la fréquence d'échantillonnage (33333 Hz), sur un intervalle de temps suffisant pour obtenir un signal de sortie exploitable.

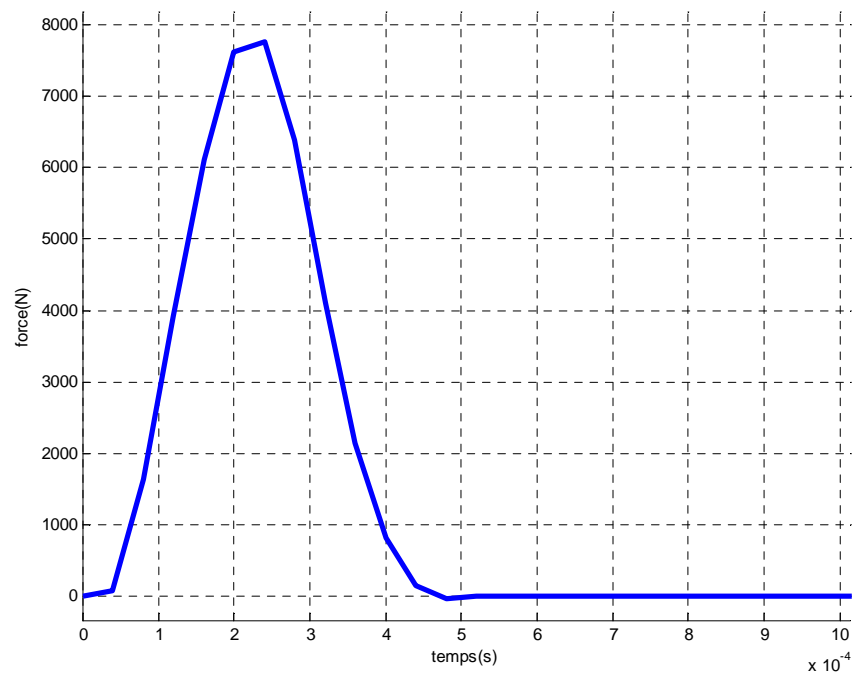


Figure III.18 : force d'impact expérimental au point 12

III.3.3. Résultats

III.3.3.1. Analyse modale

Pour vérifier notre modèle, nous avons comparé les modes de vibration de la dalle obtenus sous Abaqus avec ceux obtenus expérimentalement.

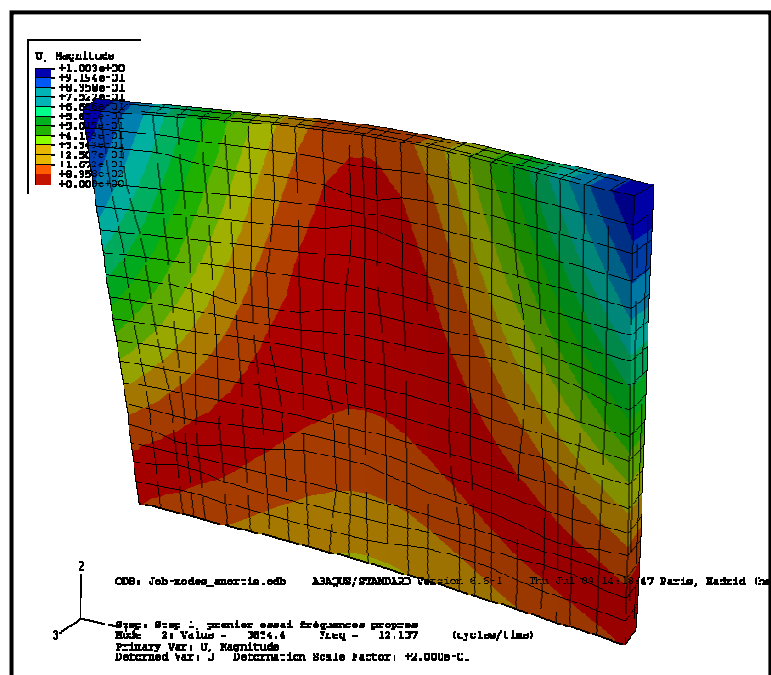


Figure III.19 : premier mode de vibration de la dalle

Les dix premiers modes obtenues sont représentés dans le tableau suivant :

Mode	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pulsation (rad/s)	8,80	12,15	19,29	30,28	31,38	42,86	43,57	45,50	51,49	57,44
Fréquence (Hz)	55,27	76,34	121,1	190,2	197,1	269,2	273,6	285,7	323,4	360,7
Fréquence Expérimentale	48,83	56,97	118	187,2	215,7	281,8	291,8	286,8	332,6	374,7
Ecart (%)	13	34	2,63	1,60	8,67	4,47	6,24	0,38	2,76	3,83

Tableau III.4 : comparaison des modes de vibrations expérimentaux et numériques

Nous remarquons une différence entre les modes numériques et expérimentaux, surtout pour les deux premiers modes. Cette différence peut s'expliquer par le fait que nous avons utilisé un amortissement très important (30%).

$$\omega_{\xi} = \omega \sqrt{1 - \xi^2},$$

Pour $\xi = 0,3$ on obtient $\omega_{\xi} = 0,95\omega$

Et donc une différence d'environ 5% entre les modes peut être expliquée.

Autre raison possible pour cette différence est le fait que nous avons utilisé des appuis ponctuels, tandis que pour la dalle réelle c'est des appuis simples surfaciques. Il y aussi la possibilité de présence d'endommagement bien qu'il ne soit pas visible.

III.3.3.2. Accélération

Après application de l'effort, nous avons enregistré la réponse (accélération) aux nœuds représentant la position des accéléromètres sur la dalle.

Nous avons appliqué l'effort sur le nœud 21 de la grille de la dalle correspondant au nœud 495 du modèle numérique. L'accélération obtenue au nœud 476 du modèle représentant la position de l'accéléromètre est représentée dans la figure suivante.

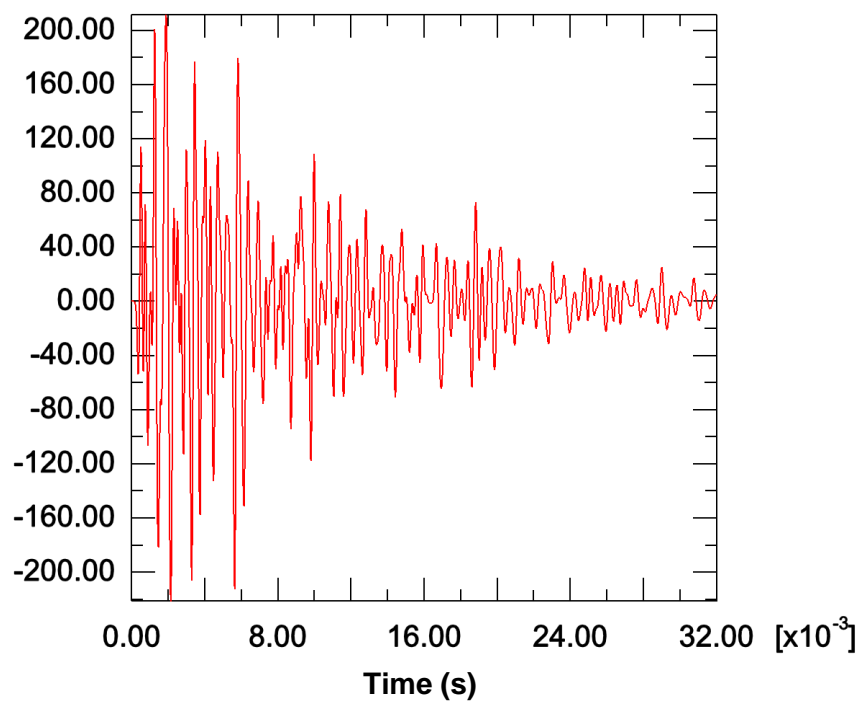


Figure III.20 : accélération obtenue expérimentalement sur l'accéléromètre 5

La **Figure III.21** représente une comparaison entre l'accélération obtenue à l'aide du modèle numérique et celle obtenue expérimentalement sur l'accéléromètre 1, après application du même impact au Pt12 de la dalle.

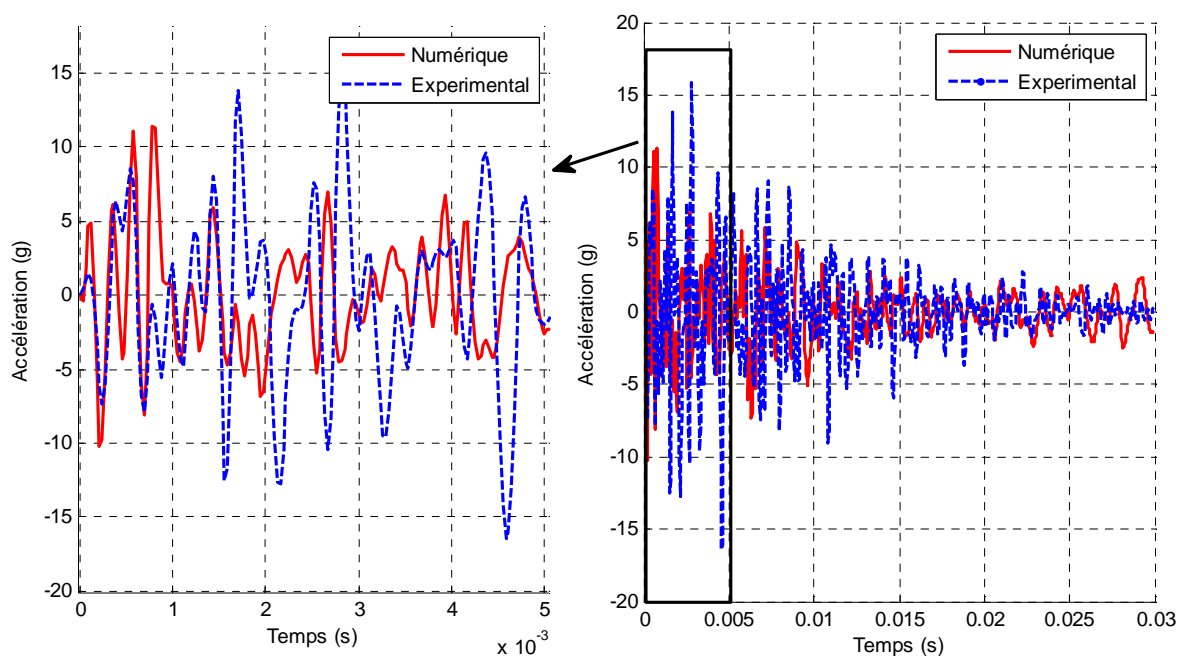


Figure III.21 : comparaison entre accélération expérimentale et numérique sur l'accéléromètre pour impact au point Pt12

Nous avons obtenu une accélération avec un même ordre de grandeur que celle obtenue expérimentalement, mais quelques différences apparaissent. Ces différences peuvent être expliquées par plusieurs causes :

- le fait que nous avons utilisé un modèle très simplifié pour la dalle, avec un comportement parfait des matériaux, ce qui n'est pas le cas pour l'élément de test,
- les appuis ponctuels utilisés pour le modèle ne représentent pas vraiment le comportement des appuis utilisés pour l'expérience (surfacique),
- les conditions de l'expérience ne sont pas parfaites, il y a toujours des erreurs de lecture et le bruit qui s'amplifie dans l'enregistrement.

IV.3.3.3. Caractérisation d'un impact inconnu

Afin de pouvoir caractériser un impact sur la dalle, nous avons commencé par appliquer l'impact (**Figure III.18**) sur tous les nœuds du modèle représentant les nœuds de la grille de la dalle, et enregistré les accélérations à la position des cinq accéléromètres. Nous avons créé les fonctions de transfert pour tous les couples point d'impact et point de mesure.

Pour le point Pt18 par exemple, nous avons comparé la fonction de transfert obtenue après application numérique d'un impact et celle obtenue expérimentalement.

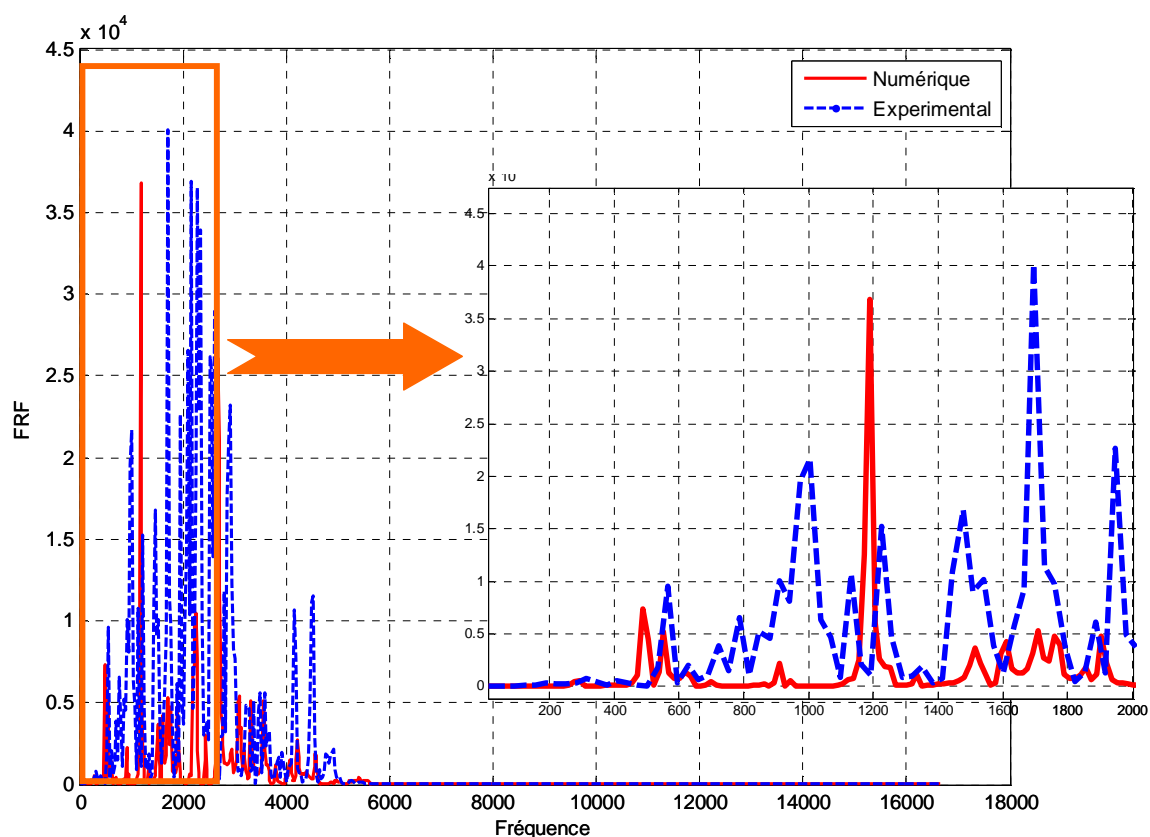


Figure III.22 : fonction de transfert numérique et expérimentale pour un impact au Pt18 et accéléromètre 1

Nous pouvons voir une différence entre les deux courbes, et surtout au niveau des premiers pics (modes de vibration). Cette différence est causée par la différence entre les accélérations expérimentales et numériques que nous avons constatée précédemment.

Une fois les fonctions de transfert créées pour tous les couples (points d'impact, point de mesure), nous appliquons le démarche de caractérisation pour localiser et identifier un impact. Par exemple pour un impact numérique au point Pt18 correspondant au nœud 491 du modèle numérique, nous avons utilisé les fonctions de transfert enregistrées et les accélérations obtenues sur les différentes positions d'accéléromètres.

L'exécution automatique du programme sous Matlab nous a permis de retrouver la position exacte du nœud d'impact (Pt18), ainsi que l'historique de la force obtenue qui est représenté sur la figure.

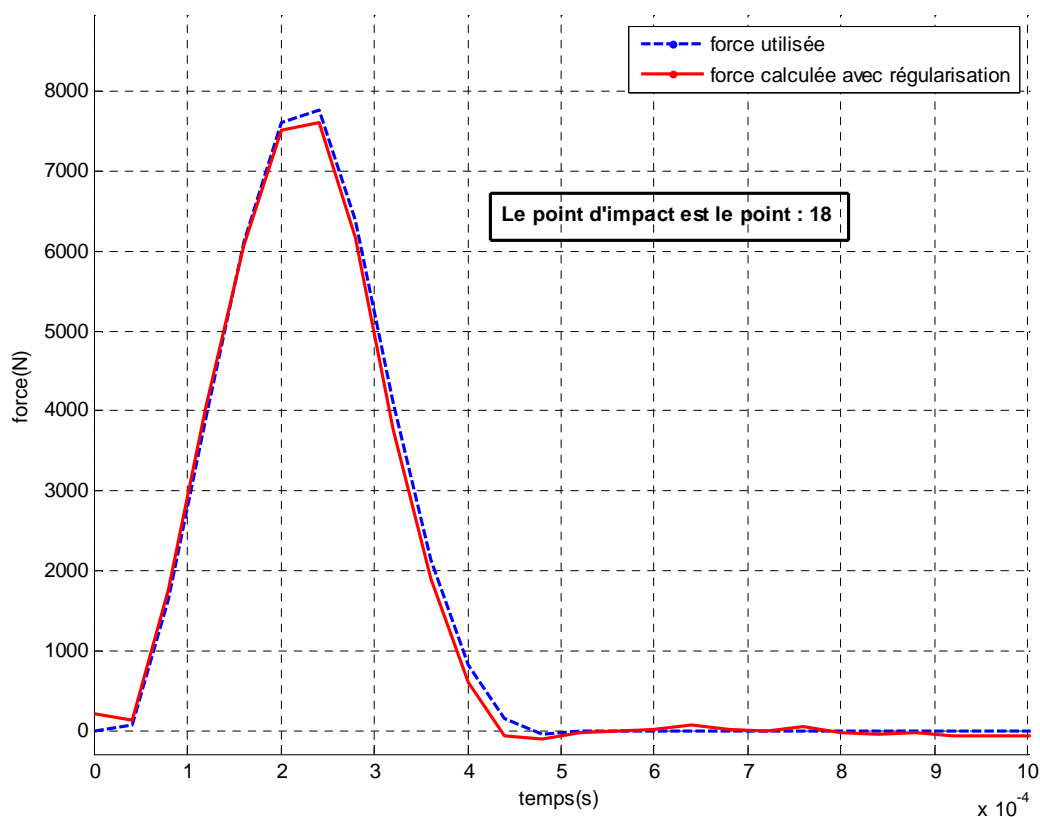


Figure III.23 : caractérisation numérique d'un impact sur le point Pt18

Nous arrivons à localiser l'effort d'un impact inconnu dans tous les essais que nous avons faits, dans le cas d'impact sur les points de la grille, par contre pour la reconstruction de cet effort, il n'est pas toujours facile d'obtenir un bon résultat. Comme nous avons vu dans le chapitre 2 la reconstruction d'un effort est très sensible aux différents paramètres et nous ne pouvons pas contrôler. Essentiellement, nous avons vu qu'il y avait une différence entre l'accélération obtenue numériquement, et celle expérimentale.

Comme dans l'application expérimentale la caractérisation dépend beaucoup du point d'impact. Par exemple, en appliquant le même effort utilisé précédemment pour un impact au point PtE nous obtenons le résultat sur la figure III.24 : le point d'impact est localisé au point

Pt26 (le point de la grille le plus proche du point réel). La reconstruction de l'historique de la force d'impact ne donne pas de bons résultats.

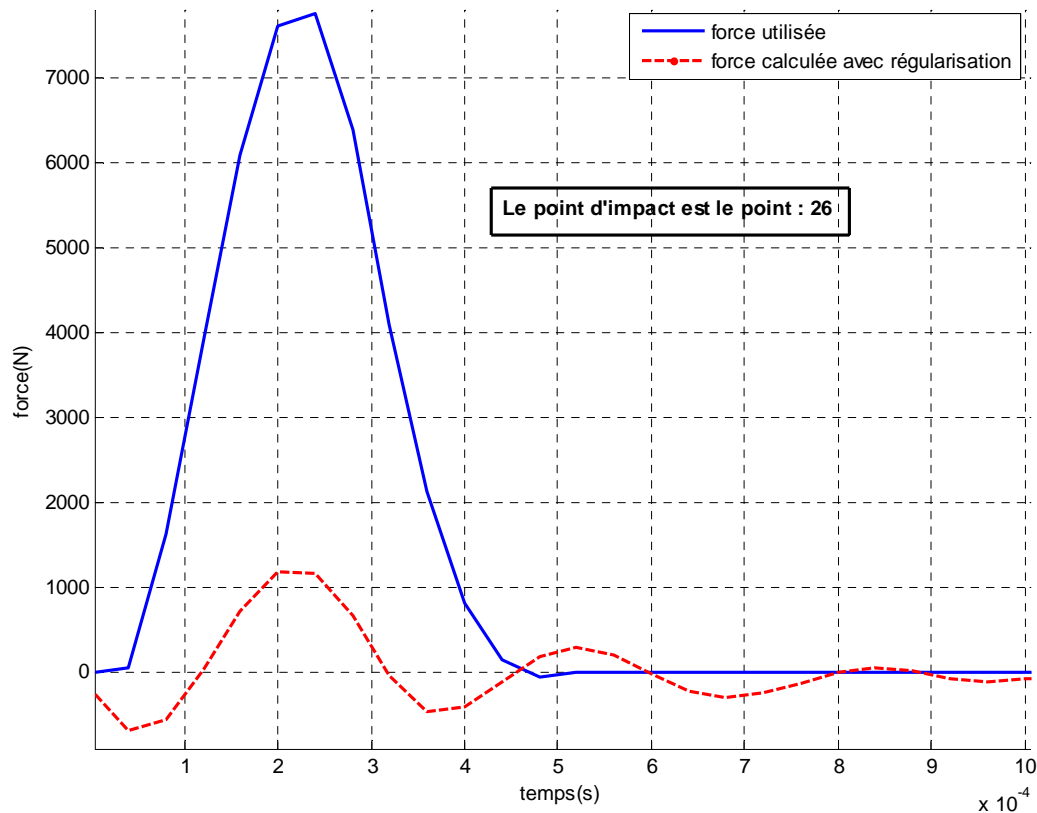


Figure III.24 : caractérisation numérique d'un impact sur le point PtE

Malgré tout ceci, nous avons pu valider l'approche de caractérisation pour un matériau comme le béton en utilisant un modèle numérique. Notre modèle était simplifié puisque le but étant de conforter les résultats expérimentaux, nous pensons qu'en affinant le modèle en utilisant les caractéristiques réelles du matériau, nous pouvons obtenir de meilleurs résultats.

IV.3. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons validé l'approche de caractérisation des impacts sur une dalle en béton armée en utilisant une application expérimentale et numérique.

L'approche est la même que celle utilisée dans le cas d'une structure en béton armé, elle est basée sur la méthode Hu, qui fait intervenir les fonctions de transfert, et les réponses enregistrées en différents points. Pour la mise en œuvre opérationnelle de la méthode, nous avons commencé par déterminer les fonctions de transfert de tous les couples (point d'impact, point de mesure) de la structure par des essais d'impact, qui nous permet en même temps avant de commencer l'application de vérifier les modes de vibrations de la structure obtenus par le modèle numérique. La création d'un fichier contenant toutes ces fonctions de transfert formant un historique de vibration de la structure facilite l'automatisation de la démarche.

Nous appliquons par la suite l'impact inconnu à caractériser et nous enregistrons les réponses sur la structure. Pour pouvoir appliquer la méthode de Hu, nous supposons que l'impact est appliqué sur les points du quadrillage de la structure et nous enregistrons les réponses. L'application de la méthode de Tikhonov comme méthode de régularisation avec une méthode de détermination du paramètre de régularisation optimal, nous a permis de reconstruire l'effort appliqué sur les points de la grille supposés. Nous avons opté pour la méthode GCV pour le choix du paramètre de régularisation optimale puisqu'elle est plus adaptée pour une application automatique. La minimisation de la fonction d'erreur entre les différents efforts reconstruits nous donne le point d'impact et ainsi la reconstruction de l'impact inconnu se fait à ce point.

L'application expérimentale a l'avantage de reprendre les caractéristiques réelles de la structure, ce qui nous a permis d'obtenir de très bons résultats. Que ce soit à l'aide de résultats expérimentaux ou issus du modèle numérique, nous avons pu localiser le point d'impact avec exactitude. Cela peut être expliqué par le fait que l'erreur sur les mesures affecte la qualité de reconstruction pour tous les points, donc lors de la minimisation de la fonction d'erreur, nous obtenons toujours la valeur exacte.

La qualité de reconstruction de l'effort obtenu expérimentalement est généralement très satisfaisante, elle dépend beaucoup de l'état de la structure. Plusieurs paramètres influent sur cette reconstruction ; la présence de discontinuités dans le matériau, le bruit de mesure, le système d'acquisition, l'erreur humaine et enfin la méthode de régularisation utilisée.

Le modèle numérique présente quelques faiblesses vu que l'on ne peut pas représenter le comportement exact des matériaux de la structure, ni même les conditions d'appuis. Egalement, nous avons fait quelques hypothèses quant aux caractéristiques mécaniques du béton et l'amortissement, nous avons utilisé le modèle de comportement du béton d'Abaqus. Néanmoins, nous avons démontré qu'il est possible d'appliquer l'approche automatique développée sur la base de la méthode de Hu en utilisant des résultats obtenus numériquement, et pour avoir une bonne qualité de reconstruction de l'effort, nous devons améliorer notre modèle numérique.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

1. Conclusions

Cette thèse aborde deux points importants concernant les pare-blocs structurellement dissipant ; d'une part la localisation et la quantification des impacts tout au long de leur durée de vie, d'autre part l'utilisation de ces galeries comme système de détection et d'alarme d'aléas rocheux de type chute de blocs. Pour pouvoir évaluer l'activité de chute de blocs et ainsi pouvoir estimer les dommages induits sur les structures, il est nécessaire de quantifier les forces d'impacts.

Nous avons opté pour l'utilisation des méthodes inverses pour résoudre ce problème. Aussi, il était important de prendre en compte la complexité de la structure et donc une approche expérimentale nous a semblé la plus adaptée.

Une étude expérimentale sur deux structures simples de type poutre encastree-libre et plaque circulaire encastree sur son contour nous a permis de valider l'approche d'identification des forces d'impact par analyse inverse, en utilisant les fonctions de transfert et les déformations enregistrées. Nous avons constaté que ce genre de problème est souvent mal posé, on n'est pas toujours certain d'obtenir des solutions stables, d'où l'intérêt d'avoir recours aux méthodes de régularisation. Nous avons opté pour la méthode Tikhonov comme méthode de régularisation, et pour le choix du paramètre de régularisation optimal nous avons testé deux méthodes : la méthode graphique L-Curve et la méthode GCV. A partir des résultats obtenus, nous avons pu établir une comparaison de l'influence de plusieurs facteurs (position des capteurs, nombre de capteurs, paramètre de régularisation,...) sur la qualité du signal reconstruit. La qualité de reconstruction varie selon la disposition des capteurs, leurs orientations et leurs distances de la source d'excitation, pour cela, l'utilisation de plusieurs capteurs apporte de nouvelles informations et permet d'optimiser la solution.

Dans notre approche, le problème de caractérisation des forces d'impact devient plus complexe lorsque le point d'impact est inconnu. Pour résoudre ce problème, nous avons choisi la méthode de Hu avec une détermination expérimentale des fonctions de transfert. Nous avons appliqué l'approche pour les mêmes structures (poutre et plaque). Pour la mise en place de l'approche, nous avons créé une grille sur la structure à étudier. L'application d'impacts sur les nœuds de la grille et l'enregistrement des déformations sur plusieurs capteurs nous a permis d'obtenir toutes les fonctions de transfert, qui forment un historique vibratoire de la structure que l'on peut utiliser par la suite. Comme pour l'identification, la méthode de régularisation utilisée est la méthode de Tikhonov, mais pour le choix du paramètre de régularisation nous avons choisi la méthode GCV qui permet une détermination automatique de ce paramètre. Pour faciliter l'application de l'approche, nous avons implémenté le processus sous Matlab.

Afin de localiser un impact inconnu sur la structure, nous avons utilisé la réponse mesurée et les fonctions de transfert calculées. L'exécution du processus nous permet d'obtenir le numéro du point de la grille qui correspond au point d'impact et la force reconstruite est représentée graphiquement. Dans le cas où le point est un nœud de la grille, nous avons obtenu des résultats très satisfaisants que ce soit pour la localisation ou pour l'identification. Mais dans le cas d'un impact différent des nœuds de la grille, nous avons obtenu un point

d'impact sur un nœud de la grille voisin du point d'impact réel et par conséquent, nous ne pouvons pas obtenir de bons résultats pour l'identification de la force. Une des pistes à explorer est la relaxation de la grille de la structure ou une interpolation entre les nœuds voisins du point d'impact.

Une fois l'approche validée sur des structures à comportement linéaire, nous l'avons appliquée sur une dalle en béton armé, simplement appuyée sur trois appuis et équipée de cinq accéléromètres. Pour la mise en œuvre opérationnelle de la méthode, nous avons commencé par déterminer les fonctions de transfert de tous les couples (point d'impact, point de mesure) de la structure par des essais d'impact. Les points d'impact correspondent aux nœuds d'une grille de 25 cm de chaque côté sur la dalle. Afin de localiser l'impact inconnu sur la dalle, nous enregistrons les accélérations et nous utilisons les fonctions de transfert. La visualisation de la fonction d'erreur entre force mesurée et estimée nous a permis de localiser l'impact et ainsi de reconstruire la force. Les résultats obtenus nous ont permis de tirer les mêmes conclusions que dans le cas d'un matériau linéaire.

Nous avons complété l'étude par une application numérique des essais sur la dalle en béton armé. L'idée était de modéliser la dalle sous Abaqus, d'appliquer des efforts numériques, et d'essayer de les caractériser. Nous avons commencé par créer le modèle en utilisant les caractéristiques mécaniques et géométriques de la dalle et en appliquant un maillage qui passe par les points d'impact, les points des mesures (capteurs) et les appuis. Nous avons utilisé un effort expérimental sur tous les nœuds correspondants aux nœuds de la grille et nous avons calculé les accélérations sur les nœuds correspondant à la position des capteurs. La comparaison entre résultats numériques et expérimentaux nous a montré une différence entre les deux approches (modes de vibrations, accélérations,...) qui peut être expliquée par le fait que nous n'avons pas utilisé les caractéristiques réelles de la dalle (amortissement, appuis, ...). L'application de l'approche pour localiser et identifier un impact nous a permis d'obtenir des résultats très satisfaisants.

Nous avons montré qu'il est possible d'utiliser les fonctions de transfert obtenues numériquement ou expérimentalement pour localiser et identifier un impact inconnu sur une structure, et l'application automatique de l'approche nous a facilité son application. La faiblesse de l'approche est qu'elle dépend beaucoup de la finesse du maillage choisi initialement, mais des pistes telle la relaxation de la grille ou l'interpolation plane peuvent être explorées.

La validation de l'approche nous ouvre les portes pour exploiter l'utilisation des problèmes inverses pour d'autres applications. Dans le paragraphe suivant, nous présentons une étude exploratrice des nouvelles perspectives.

2. Perspectives

Pour les perspectives nous proposerons principalement deux volets de travail. Le premier vise à aller au-delà de la caractérisation des impacts et de tenter de caractériser l'intégrité de la structure impactée. Pour le deuxième volet de recherche, nous proposerons d'étendre la méthode inverse à la caractérisation des efforts de type souffle généré par une avalanche ou par une explosion.

Rappelons que nos travaux visent à permettre une meilleure gestion des risques liés aux chutes de blocs ce qui passe par le monitoring des structures de protection. Pour l'analyse des risques, il est important de pouvoir évaluer l'activité ou la fréquence de l'aléa, dans ce cas

l'instrumentation suffit et permettrait de faire des études statistiques. Utiliser les mesures pour évaluer l'intensité et la position des forces d'impacts est un plus, qui devient possible grâce à l'analyse inverse, comme notre étude l'a démontré. Les différents impacts que supportent les structures de protection peuvent évidemment conduire à leur endommagement. D'une part cet endommagement va certainement conduire à la caducité de la démarche inverse, puisque l'hypothèse d'un comportement linéaire du matériau n'est plus vérifiée, d'autre part il est important de caractériser l'endommagement car au-delà d'un certain seuil il sera nécessaire de réparer et renforcer la structure de protection. Pour répondre à cet objectif, nous pensons qu'il serait intéressant d'étudier la signature vibratoire de la structure avant et après endommagement. La présence de fissures, caractéristiques de l'endommagement du béton induit par l'atteinte du domaine non linéaire, doit conduire à une chute des fréquences propres. Le type d'analyse qui est menée pour le déroulement de la méthode inverse à partir de mesures via des jauges de déformation ou des accéléromètres permet évidemment d'accéder à la signature vibratoire. Il semble aussi que la position du dommage joue un rôle important, une fissure au voisinage du ventre d'un mode sera plus excitée que celle située au voisinage d'un nœud.

L'analyse vibratoire semble donc pouvoir conduire à des résultats très différents suivant non seulement l'intensité du dommage qui peut être par exemple la profondeur de fissure, mais aussi la position du dommage. Au voisinage de la zone impactée, on constate généralement la présence de nombreuses petites fissures, l'endommagement dans ce cas peut être considéré comme diffus et non localisé. Nous pensons qu'il serait intéressant de jauger de l'effet de fissures localisées sur les réponses vibratoires et d'évaluer aussi l'effet d'un dommage diffus au sens non localisé. Afin de vérifier si ces pistes de recherche sont intéressantes à creuser, nous avons mené des études préliminaires pour le cas particulier d'un endommagement diffus.

Nous considérons des éprouvettes en mortier afin d'avoir un matériau proche du béton. La géométrie des spécimens est celle retenue pour la caractérisation du mortier lors d'essais normalisés, il s'agit d'éprouvettes $4 \times 4 \times 16 \text{ cm}^3$ dont la formulation est classique avec :

- 225 g d'eau,
- 1350g de sable normalisé,
- 450g de ciment,

Afin d'induire un endommagement diffus, nous varions le rapport eau/ciment qui permet tout simplement d'augmenter la porosité du matériau. Pour l'analyse vibratoire nous utilisons un Grindosonic, appareil qui permet de caractériser la première fréquence propre. Le principe est de générer un pulse ou impact marteau qui selon la position d'impact, décrite à la figure ci-après, va générer principalement une onde de flexion ou flexion à 90° ou une onde de torsion. Nous avons privilégié, vu la longueur de nos éprouvettes, essentiellement la vibration par flexion. Pour chaque éprouvette les caractéristiques géométriques et son poids sont minutieusement mesurés. Un essai d'impact permet via un capteur acoustique d'évaluer la fréquence propre et ensuite via la formule donnée par la norme ASTM C1259-01 donnée ci-dessous, de remonter au module d'Young.

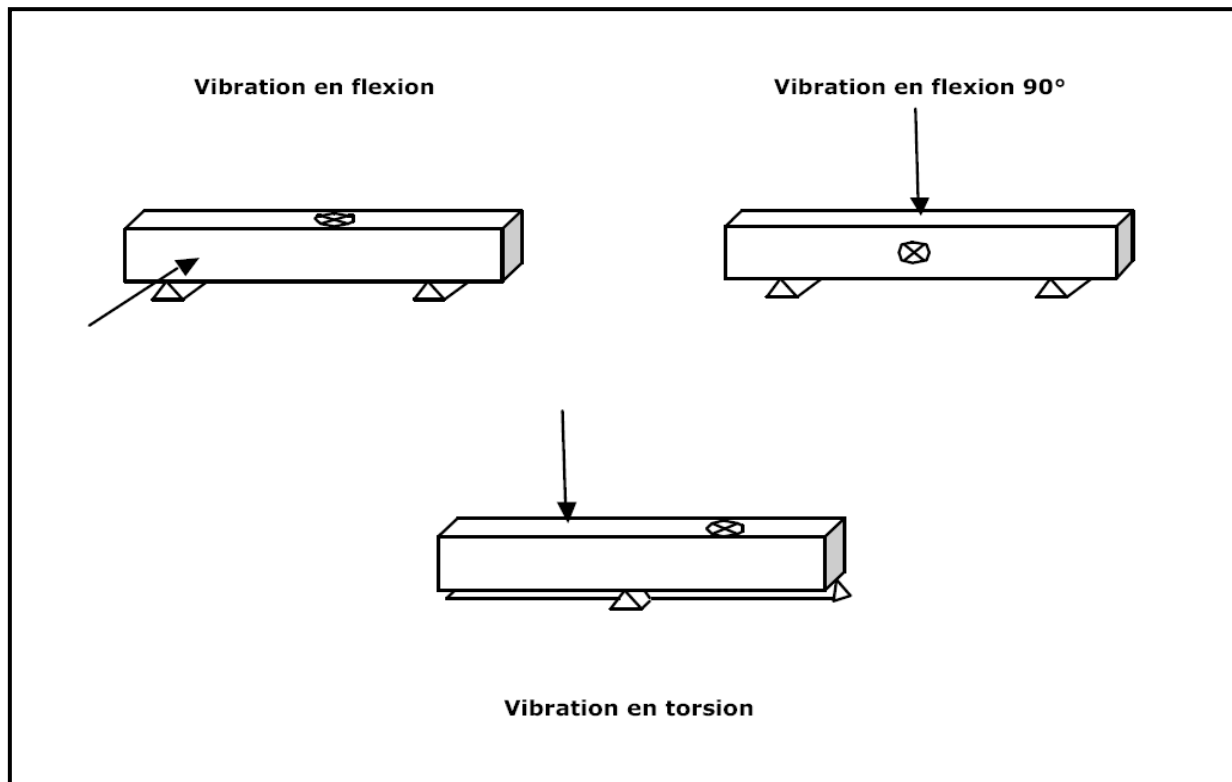


Figure IV.1 : Essai d'impact – norme ASTM C1259-01

$$E = 0,9465 \left(\frac{m \times f_f^2}{b} \right) \left(\frac{L^3}{t^3} \right) T_1$$

avec: E = Module de Young dynamique [Pa]

m = masse [g]

b = épaisseur [mm]

L = longueur [mm]

t = hauteur [mm]

f_f = fréquence de résonance fondamentale en flexion [Hz]

T_1 = facteur de correction qui tient compte avec le rapport L/t et le coefficient de Poisson

$$T_1 = 1 + 6,585 \left(1 + 0,0752\mu + 0,8109\mu^2 \right) \left(\frac{t}{L} \right)^2 - 0,868 \left(\frac{t}{L} \right)^4 - \left[\frac{8,340 \left(1 + 0,2023\mu + 2,173\mu^2 \right) \left(\frac{t}{L} \right)^4}{1,000 + 6,338 \left(1 + 0,1408\mu + 1,536\mu^2 \right) \left(\frac{t}{L} \right)^2} \right]$$

Les résultats obtenus montrent une variation parfaitement mesurable, la variation de la porosité, qui rappelons le ici traduit une forme d'endommagement, induit une baisse de la première fréquence propre.

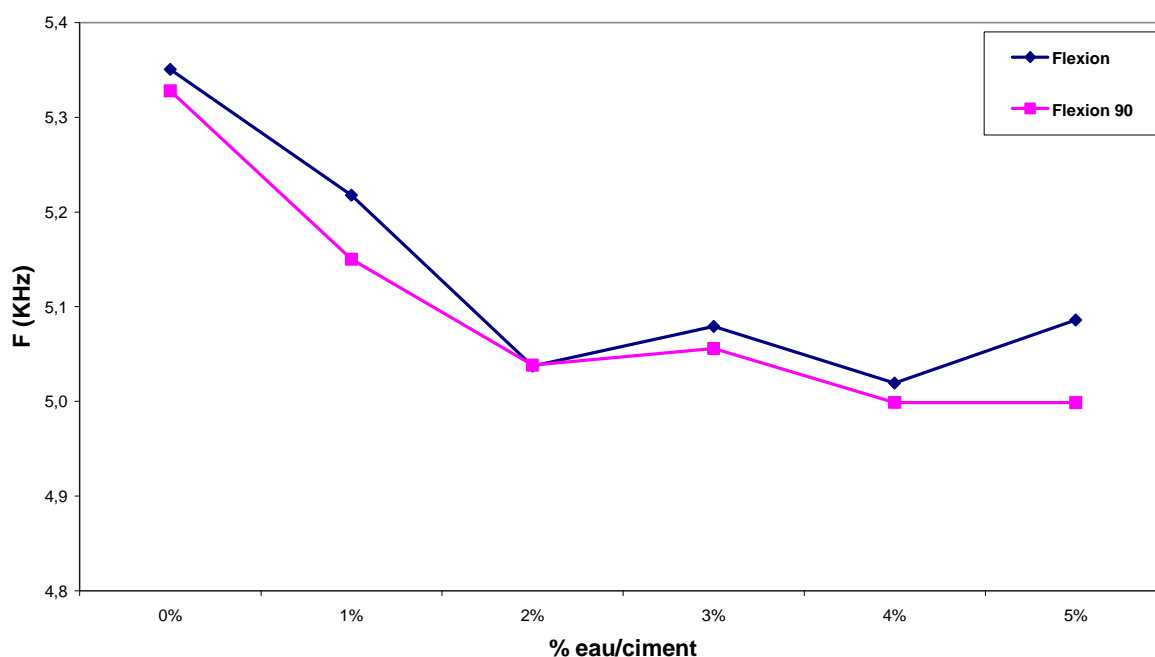


Figure IV.2 : Variation de la fréquence en fonction de la porosité

Nous avons confirmé ces résultats sur plusieurs lots d'éprouvettes que nous ne présenterons pas ici, l'objet étant uniquement de valider des pistes de recherche. Afin cependant de montrer la sensibilité de la fréquence propre à certains paramètres, nous présentons les résultats des mesures faites lors du séchage ou durcissement des éprouvettes.

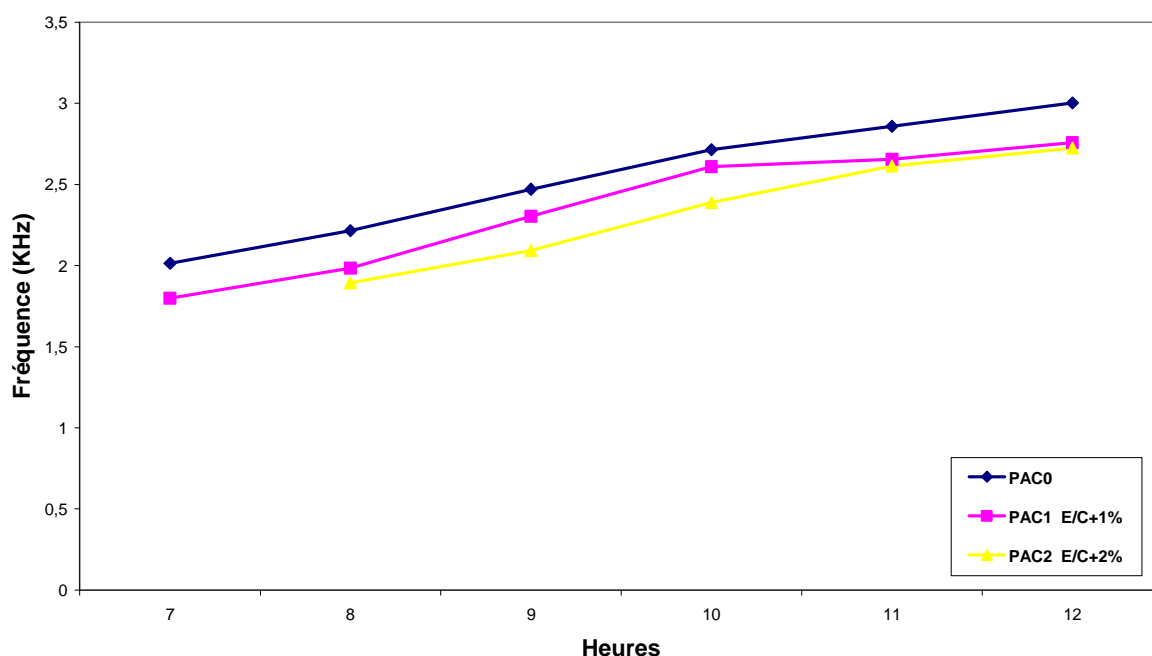


Figure IV.3 : Variation de la fréquence en fonction du séchage ou durcissement

Un endommagement de type diffus, tel que la porosité, peut donc parfaitement être caractérisé par une analyse de la signature vibratoire. Ces résultats méritent cependant d'être confirmés à l'échelle d'une structure (poutre puis dalle), puis l'étude devra être étendue au cas des

endommagements localisés. Une étude paramétrique pourra évaluer les effets de fissures localisées (nombre, position, profondeur) sur les différentes fréquences propres. Ce type d'étude pourrait sans doute aboutir à l'évaluation des dommages et à leur localisation.

Pour ce qui est de l'application de la méthode inverse dans le cas d'une onde de souffle ou surpression induite par une explosion, nous avons essentiellement avancé sur la mise au point d'une expérimentation pertinente.

Nous avons retenu l'exemple de la plaque circulaire encastrée sur son pourtour afin de pouvoir mener des calculs numériques ou analytiques de façon simple. Pour générer une onde de choc nous avons utilisé le système Daisybell® qui est la toute dernière technologie proposée par la société TAS en matière de système de déclenchement préventif des avalanches. Il s'agit d'un dispositif qui permet de générer des explosions et donc d'induire des ondes de choc. Généralement héliporté, le procédé Daisybell® est constitué d'une structure métallique conique dans laquelle sont injectées et mélangées de manière homogène plusieurs centaines de litres d'oxygène et d'hydrogène en quelques secondes avant de procéder à l'ignition de leur explosion. Du fait de la forme du volume conique, le système induit une onde de choc dirigée vers le bas qui vient impacter le manteau neigeux pour générer des surpressions de plusieurs centaines de millibars aptes à déclencher artificiellement l'écoulement des accumulations dangereuses de neige. Dans notre cas, ce système est positionné grâce à un camion grue au dessus de notre plaque circulaire, la présence d'un capteur de pression permet la mesure de la variation temporelle, des jauges permettent de remonter aux déformations en certains points de la plaque.



Figure IV.4 : Le système Daisybell®

La figure IV.4 représente le système que nous avons pu utiliser grâce à la collaboration avec l'entreprise TAS, le capteur de pression, et la plaque positionnée sur un support cylindrique.

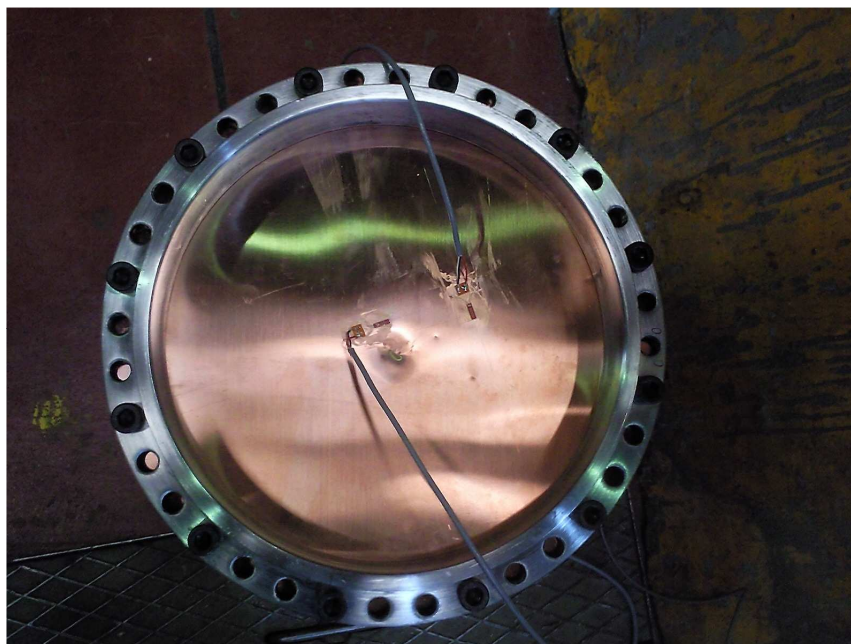


Figure IV.5 : Plaque circulaire encastrée équipée de jauges de déformation.

Nous avons vérifié que le système Daisybell® permet d'une part de générer une onde de choc de profil similaire au profil théorique généralement retenu pour les ondes de pression caractérisant les explosions et nous avons vérifié la reproductibilité de l'onde sur plusieurs tirs. Nous donnons ci-dessous le profil de pression :

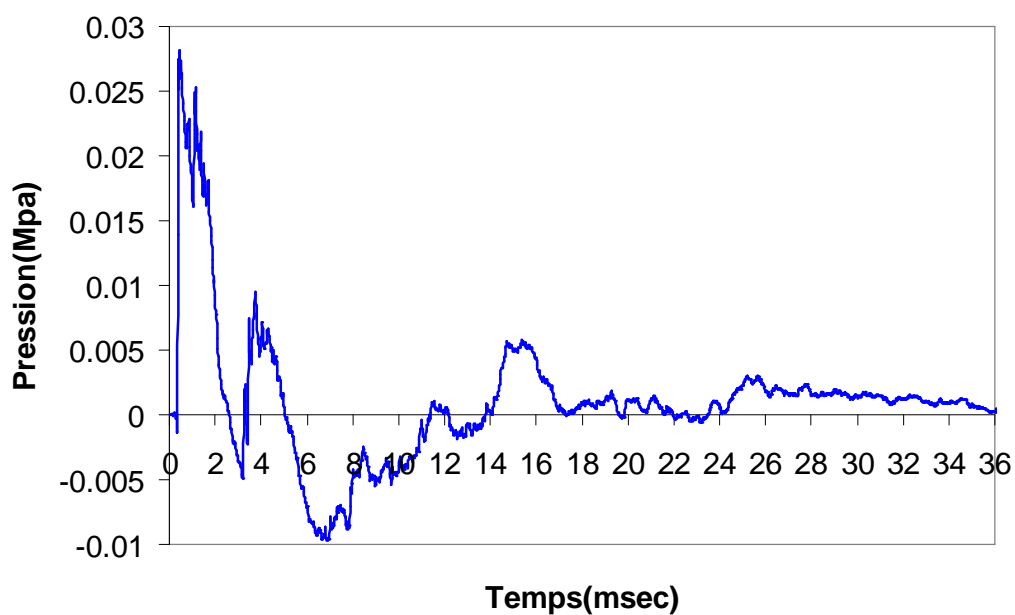


Figure IV.6 : Pression générée par le Daisybell

Le dispositif expérimental est donc validé, il reste à démontrer que la démarche inverse peut permettre de remonter à la sollicitation dans le cas d'une onde de souffle.

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES

- [ADA 06] A.Cardi ADAMS et al, *Ceramic Body Armor Single Impact Force Identification on a Compliant Torso Using Acceleration Response Mapping*, SAGE publication, vol 5(4): 0355-18, 2006.
- [BEN 01] A. Bennani, *Détermination par une analyse dynamique et une méthode inverse de la fonction de chargement d'une structure*, Thèse de L'Université Claude Bernard, Lyon, 2001.
- [BON 95] M. Bonnet, *problèmes inverses en mécanique des solides*, Journée d'étude sur les problèmes inverses, Paris, Octobre 1995.
- [CEB 88] CEB, Comité euro-international du béton, AMMAN W, *Concrete structures under impact and impulsive loading*, Synthesis Report, Bulletin d'information N°187, 1988.
- [CAI 89] D. S. Cairns and P.A. Lagace, "Residual Tensile Strength of Graphite/Epoxy and Kevlar/Epoxy Laminates with Impact Damage", *Composite Materials: Testing and Design (Ninth Volume)*, ASTM STP 1059, ASTM, 1990, pp. 48-63.
- [CHA 85] C. Chang and W. Sachse, *Analysis of elastic wave signals from an extended source in a plate*, *Journal of the Acoustical Society of America*, vol 77 (1985), 1335-1341.

- [CHA 89] C. Chang and C. T. Sun, *Determining transverse impact force on a composite laminate by signal deconvolution*, Experimental Mechanics 29 (1989), 414-419.
- [CHA 98] C.Chantalakhana and R. Stanway, *Control of plate vibrations using smart technology*, Active control: Applications, 4th ESSM and 2nd MIMR conference, Harrogate, 6-8 Juillet 1998.
- [DEL 05] F. Delhomme, *Etude du comportement sous impact d'une structure Pare-Blocs en béton armé*, Thèse de L'Université de Savoie, Bourget du Lac, 2005.
- [DOY 84a] J. F. Doyle, *An experimental method for determining the dynamic contact law*, Experimental Mechanics 24 (1984), no. 4, 265-270.
- [DOY 84b] J. F. Doyle, *Further developments in determining the dynamic contact law*, Experimental Mechanics 24 (1984), no. 4, 265-270.
- [DOY 87a] J. F. Doyle, *Determining the contact force during the transverse impact of plates*, Experimental Mechanics 27 (1987), no. 1, 68-72.
- [DOY 87b] J. F. Doyle, *Experimentally determining the contact force during the transverse impact of an orthopic plate*, Journal of Sound and Vibration 118 (1987), no. 3, 441-448.
- [EC2 03] Eurocode 2. Calcul des structures en béton – Part 1-1 : Règles générales et règles pour les bâtiments. *Normes Européennes*, Avril 2003.
- [EWI 86] D. J. Ewins, *Modal testing:Theory and practice*, Letchworth Hertfordshire: Research studies Press LTD (1986).
- [GER 93] M. Géradin and D. Rixen, *Théorie des vibrations: application à la dynamique des structures*, MASSON, (Paris), 1993.
- [GOL 96] G. H. Golub and C. F. Van Loan, *Matrix Computations*, 3rd edition, John Hopkins University Press, Baltimore.1996.
- [HAD 23] J. Hadamard, *Lectures on Cauchy's Problem in Linear Partial Differential Equations*, Yale University Press, New Haven, 1923.

- [HAN 89] P. C. Hansen, *Regularization GSVD and truncated GSVD*, BIT, vol 29, n°3, pp 491-504, 1989.
- [HAN 94] P. C. Hansen, *Regularisation Tools: A Matlab Package for Analysis and Solution of Discrete Ill-Posed Problems*, Numerical Algorithms 6,1-35, 1994.
- [HAN 00] P. C. Hansen , *The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems*, Tech. Report, IMM-REP 99-15, Dept. of Math. Model, Tech. Univ. of Denmark, 2000.
- [HKS 6.4] HIBBIT, KARLSSON & SORENSEN Inc, *Abaqus manuals*, version 6.4.
- [HU 05] N. HU and H.FUKUNAGA, A new method for health monitoring of composite structures through identification of impact force, Journal of Advanced Science, 17, no.1&2, 82-89,2005.
- [HU 07] N. HU et al , *An efficient approach for identifying impact force using embedded piezoelectric sensors*, International journal of impact engineering, vol. 34, no7, pp. 1258-1271, 2007.
- [INT 01] Programme INTERREG II C "Falaises", *Prévention des mouvements de versants et des instabilités de falaises*, 2001.
- [IVO 01] *Couverture Pare-Blocs Structurellement Dissipant*, Innovations Validées sur Ouvrage de Référence, Février 2001.
- [JAC 03] E. Jacquelin, A.Bennani and P.Hamelin, *Force reconstruction: analysis and regularization of a deconvolution problem*, Journal of Sound and Vibration, 265, 81-107, 2003.
- [JER 77] A. J. Jerri, *The Shannon sampling theorem - its various extensions and application: a tutorial review*, Proceedings IEEE, Vol. 65, No. 11, November 1977, pp. 1565-1596.
- [LOR 07] J. Lorentz, *Etude de la capacité de dissipation sous impact d'une structure sandwich de protection contre les chutes de blocs rocheux*, Thèse de l'Université Joseph Fourier, Grenoble, 2007.

- [KAW 03] N.KAWABATA et al, *Modal measurements using strain sensors and application to impact force identification*, International Symposium on Inverse Problems in Engineering Mechanics 2003 (ISIP 2003) Nagano, Japan 2003, Pages 85-94.
- [KER 95] C. KERT, *Les techniques de prévision et de prévention des risques naturels*, Rapport soumis à l'Office Parlementaire d'Évaluation des Choix Scientifiques et Technologiques, 1995.
- [LAL 99] C. Lalane, *Chocs mécaniques: tome2*, HERMES Science Publications, Paris, 1999.
- [LAW 00] S. S. Law and X. Q. Zhu, *Study of different beam models in moving force identification*, Journal of Sound and Vibration, vol. 234, n° 4,200, p.661-679, 2000.
- [LIU 03] G. R. Liu and X. Han, *Computational Inverse Techniques in Nondestructive Evaluation*, CRC Press, p10-33, 2003.
- [MEI 67] L. Meirovich, *Analytical methods in vibration*, London, UK: The MacMillan company (1967).
- [MIC 85] J. E. Michaels and Y. H. Pao, *Inverse source problem for an oblique force on an elastic plate*, Journal of the Acoustical Society of America 77 (1985), 2005-2011.
- [MIC 86] J. E. Michaels and Y. H. Pao, *Determination of dynamic forces from waves motion measurements*, ASME Journal of Applied Mechanics 53 (1986), 177-192.
- [MIK 95] H. MIKAMI, T. TAMURA, M. SATO, N. KISHI, *Shock absorbing performance of a three-layered cushion system using RC core slab reinforced with AFRP rods*, pp. 1633-1643, Concrete under severe conditions, E&FN Spon, 1995.
- [MON 98] S. MONTANI, *Sollicitation dynamique de la couverture des galeries de protection lors de chutes de blocs*, thèse de Doctorat, Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 1998.
- [NEV 00] A. M. Neville, *Propriétés des bétons*, Paris : Eyrolles, 2000.

- [PAO 78] Y. H. Pao, Theory of acoustic emission, ASME Elastic Wave and Non-Destructive Testing of Materials, AMD 29 (1978), 107-128.
- [SAL 03] A. Salehian, *Identification the location of a sudden damage in composite laminates using wavelet approach*, rapport de thèse, Worcester Polytechnic Institute, Juin 2003.
- [SCH 99] B. J. Schwartz and M. H. Richardson, Experimental modal analysis, CSI Reliability week, Orlando, FL, Octobre 1999.
- [TIK 77] A. N. Tikhonov. and V. Y. Arsenin, *Solutions of ill-posed problems*, Wiley, 1977.
- [TOU 95] F. TOUTLEMONDE, *Résistance au choc des structures en béton, du comportement du matériau au calcul des ouvrages*, Thèses de doctorat de l'ENPC, 1995.
- [UND 92] *Glossaire international multilingue agréé de termes relatifs à la gestion des catastrophes. Nations Unies*, Département des affaires humanitaires, Genève, décembre 1992.
- [WAH 90] G. Wahba, Spline Models for Observational Data, CBMS-NSF Regional conference series in applied Mathematics, vol 59, SIAM, Philadelphia, 1990.
- [WAN 03] B. T. Wang and C. H. Chiu, *Determination of unknown impact force acting on a simply supported beam*, Mechanical systems and signal processing 17 (2003), no. 3, 683-704.
- [WU 95] E. WU and C. S. Yen, *Two methods for determining impact force history on elastic plates*, Experimental Mechanics 35 (1995), 11-18.
- [YEN 95a] C. S. Yen and E. Wu, *On the inverse problem of rectangular plates subjected to elastic impact, partI: Method development and numerical verification*, Journal of Applied Mechanics 62 (1995), no. 3, 692-698.
- [YEN 95b] C. S. Yen and E. Wu, *On the inverse problem of rectangular plates subjected to elastic impact, part II: Experimental verification end further applications*, Journal of Applied Mechanics 62 (1995), no. 3, 699-705.

- [ZHU 91] J. Zhu and Z. Lu, *A time domain method for identifying dynamic load on continuous systems*, Journal of Sound and Vibration 148 (1991), no. 1, 137-146.

Liste des figures

Figure 1 : le risque.....	17
Figure 2 : phases chute de bloc [MON 98]	18
Figure 3 : exemples de chute de blocs.....	19
Figure 4 : ouvrages de protection pare-blocs	21
Figure 5 : démarche pour le monitoring d'une galerie.....	22
Figure I.1 : classification des chocs [TOU 95].....	29
Figure I.2 : problème direct et problème inverse	30
Figure I.3 : courbe en L (L-Curve).....	36
Figure I.4 : poutre encastree libre.....	39
Figure I.5 : fonction de réponse fréquentielle (FRF)	41
Figure I.6 : mesurer la FRF sur une structure	42
Figure I.7 : algorithme de la méthode WANG.....	48
Figure II.1 : méthode d'identification d'impact par analyse inverse avec régularisation	56
Figure II.2 : position des jauges et points d'impact	57
Figure II.3 : valise d'acquisition	58
Figure II.4 : schéma montage expérimental	58
Figure II.5 : plaque et poutre équipées de jauges de déformation et d'accéléromètres	59
Figure II.6 : force d'impact et déformation enregistrées pour un impact au Point Pt3 de la poutre.....	59
Figure II.7 : spectre de force et de déformation pour un impact au Point Pt3 de la poutre.....	60
Figure II.8 : FRF pour un impact au Point Pt3 de la poutre	60
Figure II.9 : FRF impact au centre de la plaque et déformation J2.....	61
Figure II.10 : FRF impact Pt1 de la plaque et déformation J2	62

Figure II.11 : validation de la fonction de transfert – problème direct	63
Figure II.12 : impact au centre de la plaque mesurée et calculée sans régularisation - J1	64
Figure II.13 : Valeurs singulières de H pour un impact au centre de la plaque - Jauge J1	65
Figure II.14 : L-Curve pour un impact au centre de la dalle – Jauge J1	65
Figure II. 15 : Force d’impact mesurée et calculée avec régularisation correct pour un impact au centre de la plaque – Jauge J1	66
Figure II.16 : reconstruction de l’effort sans régularisation pour un impact au point Pt1 de la plaque – J3.....	67
Figure II.17 : Valeurs singulières de H pour un impact au point Pt1 - Jauge J3.....	67
Figure II.18 : signaux non traités pour un impact au point Pt1 de la plaque – J2	68
Figure II.19 : signaux après traitement pour un impact au point Pt1 de la plaque – J2	69
Figure II.20 : reconstruction de l’effort avec et sans traitement préalable des signaux pour un impact au point Pt1 de la plaque – J2.....	69
Figure II.21 : force d’impact mesurée et calculée avec sous-régularisation pour un impact au centre de la plaque – Jauge J1	70
Figure II.22 : force d’impact mesurée et calculée avec sur-régularisation pour un impact au centre de la plaque – Jauge J1	71
Figure II.23 : GCV- impact au point Pt1 de la plaque – J2.....	72
Figure II.24 : L-Curve - impact au point Pt1 de la plaque – J2.....	72
Figure II.25 : comparaison des efforts reconstruits en utilisant L-Curve et GCV	73
Figure II.26 : reconstruction de l’effort à partir de plusieurs capteurs.....	74
Figure II.27 : résultats d’identification d’un impact appliqué au centre de la plaque pour toutes les jauges	75
Figure II.28 : résultats d’identification d’un impact appliqué au point Pt2 de la plaque pour toutes les jauges.....	76
Figure II.29 : résultats d’identification d’un impact appliqué au point Pt3 de la plaque pour toutes les jauges.....	77
Figure II.30 : résultats d’identification d’impacts appliqués sur la poutre.....	78
Figure II.31 : schéma descriptif de la méthode de résolution	80
Figure II.32 : montage expérimentale pour caractériser les impacts sur une poutre et une plaque	81

Figure II. 33 : signaux traités- effort au Pt35 et déformation en jauge J1	82
Figure II. 34 : fonction de transfert point d'impact Pt35 point de mesure J1	83
Figure II.35 : paramètre de régularisation (L-Curve).....	84
Figure II.36 : reconstruction de l'effort d'impact au point Pt35 (L-Curve)	84
Figure II.37 : paramètre de régularisation(GCV)	85
Figure II.38 : reconstruction de l'effort d'impact au point Pt35 (GCV)	85
Figure II.39 : fonction d'erreur en fonction des coordonnées des points du quadrillage.....	86
Figure II.40 : résultat (copie d'écran) pour un impact au point Pt35 sur la plaque.....	87
Figure II.41 : résultat (copie d'écran) pour un impact proche du point PtB sur la plaque.....	88
Figure II.42 : résultats de caractérisation des impacts sur une poutre et une plaque	89
Figure III.1 : plan du ferrailage de la dalle en béton armé	94
Figure III.2 : accéléromètre PCB 625B01 collé à la dalle.....	95
Figure III.3 : montage expérimental de la dalle en béton armée.....	96
Figure III.4 : impact au point Pt3 et accélérations à l'accéléromètre 2.....	97
Figure III.5 : fonction de transfert point d'impact Pt3 point de mesure accéléromètre 2	98
Figure III.6 : paramètre de régularisation (GCV)	98
Figure III.7 : reconstruction de l'effort d'impact au point Pt3 sur la dalle	99
Figure III.8 : fonction d'erreur en fonction des coordonnées des points du quadrillage	100
Figure III.9 : résultat de caractérisation d'un impact au point Pt12 sur la dalle	101
Figure III.10 : résultat de caractérisation d'un impact au point PtA sur la dalle	102
Figure III.11 : courbe contraintes-déformations du béton en compression et en traction.....	105
Figure III.12 : courbe contraintes-déformations des armatures [DEL 05]	106
Figure III.13 : élément C3D8R	106
Figure III.14 : élément SFM3D4R	107
Figure III.15 : maillage de la dalle	107
Figure III.16 : interaction entre nœuds	108
Figure III.17 : détermination de l'amortissement.....	109
Figure III.18 : force d'impact expérimental au point 12	110

Figure III.19 : premier mode de vibration de la dalle	110
Figure III.20 : accélération obtenue expérimentalement sur l'accéléromètre 5	112
Figure III.21 : comparaison entre accélération expérimentale et numérique sur l'accéléromètre pour impact au point Pt12	112
Figure III.22 : fonction de transfert numérique et expérimentale pour un impact au Pt18 et accéléromètre 1	113
Figure III.23 : caractérisation numérique d'un impact sur le point Pt18	114
Figure III.24 : caractérisation numérique d'un impact sur le point PtE	115
Figure IV.1 : Essai d'impact – norme ASTM C1259-01.....	122
Figure IV.2 : Variation de la fréquence en fonction de la porosité.....	123
Figure IV.3 : Variation de la fréquence en fonction du séchage ou durcissement.....	123
Figure IV.4 : Le système Daisybell®	124
Figure IV.5 : Plaque circulaire encastrée équipée de jauges de déformation.....	125
Figure IV.6 : Pression générée par le Daisybell.....	125

Liste des tableaux

Tableau II.1 : coordonnées des différents points d'impact et des jauges de déformation.....	57
Tableau II.2 : Modes propres de la plaque	61
Tableau III.3 : Position des points d'impact à caractériser sur la plaque	81
Tableau III.4 : Position des jauges sur la poutre – essai pour caractérisation d'impacts	81
Tableau III.1 : coordonnées des accéléromètres et des points d'impacts sur la dalle	96
Tableau III.2 : Comparaison des coordonnées des points d'impact réels et estimés sur la dalle	102
Tableau III.3 : valeurs choisis pour la détermination du comportement du béton dans le modèle numérique	105
Tableau III.4 : comparaison des modes de vibrations expérimentaux et numériques.....	111

